

Міністерство освіти і науки України

Модельна навчальна програма

«Геометрія. 7–9 класи»
для закладів загальної середньої освіти

(авт. Білянiна О. Я., Білянiн Г. I., Семчук А. Р., Iлащук О. Г., Мар'янчук О. Т., Рябий С. I.)

«Рекомендовано Міністерством освіти і науки України»

(наказ Міністерства освіти і науки України від 27 грудня 2023 року № 1575)

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

I. Загальний опис концепції модельної навчальної програми

Цю модельну навчальну програму «Геометрія. 7–9 класи» (далі – Програма) розроблено для закладів загальної середньої освіти на виконання Законів України «Про освіту» від 05.09.2017 № 2145-VIII, «Про повну загальну середню освіту» від 16.01.2020 № 463-IX (зі змінами), Концепції Нової української школи (далі – НУШ), та з метою забезпечення науково-методичного супроводу математичної освітньої галузі щодо впровадження Державного стандарту базової середньої освіти (далі – Державний стандарт), затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 30.09.2020 № 898, відповідно до Типової освітньої програми для 5–9 класів закладів загальної середньої освіти, затвердженої наказом Міністерства освіти і науки України від 19.02.2021 № 235.

Програмою визначено основні засади організації освітнього процесу на етапі базового предметного навчання **геометрії** (7–9 класи) з урахуванням адаптаційного циклу навчання математики (5–6 класи), вікових особливостей розвитку учнів / учениць, потреби застосування окремих тем в інших освітніх галузях та компетентнісного потенціалу предмета, що загалом сприятиме ефективній організації освітнього процесу відповідно до вимог НУШ та чинного Державного стандарту.

У Програмі також спроектовано вертикальну інтеграцію математичної освітньої галузі, – між темами і двома предметами – «алгебра» і «геометрія», та горизонтальну інтеграцію навчання – міжгалузевий зв'язок із природничою, технологічною, інформатичною, соціальною і здоров'язбережувальною, громадянською та історичною освітніми галузями. Значну увагу приділено створенню засобами геометрії можливостей для формування ключових компетентностей учнів / учениць та їхніх загальних умінь, отриманих у процесі навчання: учитися знати (пізнавати, вчитися), учитися діяти (застосовувати знання), учитися бути (жити в злагоді з собою) та учитися жити разом.

II. Мета Програми для базового предметного навчання геометрії

Першочерговим завданням Програми для базового предметного навчання геометрії є максимальна її спрямованість на досягнення головної мети НУШ – сприяти створенню освітнього середовища, у якому буде комфортно навчатися, а в сукупності з іншими освітніми галузями – максимально залучати здобувачів освіти до такої діяльності, яка б давала їм не тільки предметні знання, а й здатність застосовувати ці знання в повсякденному житті.

У Програмі враховано вагомий ресурс предметної компетентності для успішного розвитку особистості учня / учениці, що сприятиме: *формуванню здатності* застосовувати набуті комплексні знання в навчальних і реальних життєвих ситуаціях та брати повноцінну участь у житті суспільства та нести відповідальність за свої дії; *розвитку мислення*, з-поміж яких критичне, з метою бути здатним / здатною аналізувати, досліджувати та моделювати ситуації засобами геометрії, критично оцінювати процес виконання завдання, робити висновки та викладати власні думки в логічній послідовності, керувати власними емоціями; *вихованню впевненості* у власних силах, відповідальності у діяльності, вміння працювати в команді, партнерстві та самостійно, готовності розрізняти ризики, визначати життєві цінності, мати належне патріотичне ставлення до рідного, ближнього; любов до Батьківщини.

Метою математичної освітньої галузі, і зокрема базового предметного навчання геометрії, є розвиток особистості учня / учениці через формування математичної компетентності у взаємозв'язку з іншими ключовими компетентностями для успішної освітньої та подальшої професійної діяльності впродовж життя, що передбачає: *засвоєння системи предметних знань; удосконалення вміння розв'язувати математичні та практичні задачі; розвиток логічного мислення та психічних властивостей особистості; розуміння можливості застосовувати математику в особистому та суспільному житті.*

Метою навчання предмета «Геометрія» є формування в учнів / учениць предметної компетентності, якою передбачено:

- уміння досліджувати числові характеристики предметів навколишнього світу (розмір, площа, об'єм), аналізувати їхнє розташування один відносно одного, моделювати процеси та життєві ситуації в абстрактній формі засобами геометричного апарату;

- здатність застосовувати в повсякденному житті знання та способи дій, отримані під час розв'язання великого кола проблем та з досвіду пізнавальної, виконавської, творчої діяльності й емоційно-ціннісного ставлення;

- усвідомлене розуміння ролі досягнутої предметної компетентності в особистому та суспільному житті, уміння користуватися дедуктивним методом, будуючи ланцюжок логічних переходів від умови до висновку.

III. Завдання Програми для базового предметного навчання геометрії

Головними завданнями Програми є досягнення загальної мети НУШ – максимальне застосування компетентнісного потенціалу базового предметного навчання геометрії під час другого циклу базової середньої освіти, який опирається на адаптаційний цикл у 5–6 класах та попередні цикли початкової школи.

Базове предметне навчання геометрії в 7–9 класах закладів загальної середньої освіти також має окремі освітні завдання, а саме:

- формування геометричної мови, знань про геометричні фігури на площині, їхні властивості та вміння їх застосовувати в навчальних і життєвих ситуаціях;

- ознайомлення зі способами та методами геометричних доведень, формування вмінь доводити правильність тверджень;

- оперування геометричними об'єктами на площині та в просторі, встановлення кількісних та просторових відношень між реальними об'єктами навколишньої дійсності (природними, культурними, технічними тощо);

- формування вміння виконувати основні геометричні побудови за допомогою геометричних інструментів (лінійки з поділками, транспортира, косинця, циркуля та лінійки);

- удосконалення вміння обирати, створювати та досліджувати найпростіші математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ, інтерпретувати та оцінювати результати, здійснювати прогнози в контексті навчальних і практичних задач;

- застосування логічних способів мислення під час розв'язування пізнавальних і практичних задач, пов'язаних із реальними об'єктами, використання математичних методів у життєвих ситуаціях.

Загальними очікуваними результатами виконання Програми є засвоєння змісту геометрії, характеристика навчального змісту якої подано нижче, у комплексі з ключовими компетентностями та наскрізними вміннями, які закладені в них, щоб учні / учениці мали здатність: *сприймати та визначати мету своєї навчальної діяльності; зосереджуватися на предметі діяльності; організувати свою діяльність для досягнення суб'єктно чи суспільно значущого результату; відбирати й застосовувати потрібні знання і способи діяльності для розв'язування навчальної задачі; використовувати здобутий досвід у конкретній навчальній або життєвій ситуації; висловлювати ціннісні ставлення щодо результату й процесу власної діяльності; усвідомлювати, аналізувати, оцінювати, коригувати результати своєї діяльності.*

Досягненню вищевказаних завдань Програми сприятимуть такі її ресурси:

- академічна свобода й вибір учителя / учительки способів організації освітнього процесу та можливості адаптувати Програму під відповідну кількість годин – рекомендовану, мінімальну чи максимальну, які подано в Державному стандарті базової середньої освіти;
- змістове наповнення, яким формуються вміння учнів / учениць встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, виокремлювати головну та другорядну інформацію, формулювати означення, властивості, теореми та їх застосовувати, висловлювати власну думку та логічно її обґрунтовувати, перетворювати інформацію з текстової форми в табличну, схему, діаграму, графік, рівняння тощо, чи навпаки;
- види навчальної діяльності – це використання насамперед діяльнісного та інших підходів, різних форм організації освітнього процесу, – в парах, групах, колективне та кооперативне навчання тощо, що загалом сприятиме вирішуванню комунікативних завдань НУШ;
- очікувані результати – це формування математичної компетентності учнів / учениць в інтеграції з іншими ключовими компетентностями, що є вагомим ресурсом для розвитку їхніх природних здібностей, інтересів, обдарувань, здатності здійснювати свідомий вибір подальшого життєвого шляху та самореалізації, продовження навчання на рівні профільної освіти або здобуття професії;

- метод проєктів та інші активні форми роботи в партнерстві, малих і великих групах – це формування вміння в учнів / учениць співпрацювати, тобто формування компетентностей, необхідних для їхньої соціалізації та громадянської активності, що сприятиме застосуванню знань та умінь (самостійна та групова діяльність, аналіз та дослідження, опрацювання окремої додаткової інформації, співпраця у створенні продукту проєкту та спільна презентація його моделі);
- навчальні, практичні, компетентнісно орієнтовані задачі – ресурс для виховання відповідального, шанобливого ставлення учнів / учениць до родини, суспільства, навколишнього природного середовища, національних та культурних цінностей українського народу.

IV. Ціннісні орієнтири Програми як базового предметного навчання з геометрії в 7–9 класах

Реалізація мети базового предметного навчання геометрії ґрунтується в Програмі на ціннісних орієнтирах, які визначено Державним стандартом, зокрема:

- повага до особистості учня / учениці та визнання пріоритету його / її інтересів, досвіду, власного вибору, прагнень, ставлення у визначенні мети та організації освітнього процесу, підтримка пізнавального інтересу та наполегливості;
- забезпечення рівного доступу кожного учня / учениці до освіти без будь-яких форм дискримінації учасників освітнього процесу;
- дотримання принципів академічної доброчесності у взаємодії учасників освітнього процесу та організації всіх видів навчальної діяльності;
- становлення вільної особистості учня / учениці, підтримка його самостійності, підприємливості та ініціативності, розвиток критичного мислення та впевненості в собі;
- формування культури здорового способу життя учня / учениці, створення умов для забезпечення його / її гармонійного фізичного та психічного розвитку, добробуту;
- створення освітнього середовища, у якому забезпечено атмосферу довіри, без будь-яких форм дискримінації учасників освітнього процесу;

- утвердження людської гідності, чесності, милосердя, доброти, справедливості, співпереживання, взаємоповаги і взаємодопомоги, поваги до прав і свобод людини, здатності до конструктивної взаємодії учнів / учениць між собою та з дорослими;
- формування в учнів / учениць активної громадянської позиції, патріотизму, поваги до культурних цінностей українського народу, його історико-культурного надбання і традицій, державної мови;
- плекання в учнів / учениць любові до рідного краю, відповідального ставлення до довкілля.

V. Характеристика навчального змісту та інтеграційна змістова лінія Програми для базового предметного навчання геометрії

У концепцію побудови змісту Програми та організації освітнього процесу з геометрії в закладах загальної середньої освіти покладено сучасні підходи до навчання: компетентнісний, діяльнісний, особистісно зорієнтований, диференційований, відповідно до яких кінцевим результатом навчання предмета є сформовані предметні та ключові компетентності учнів / учениць, їхні якості в особистому, соціальному, культурному і навчальному досвідах; їхні потреби та інтереси, які мотивують до навчання; їхні знання, уміння, навички, способи мислення, погляди, цінності, ставлення тощо, які формуються в освітньому, соціокультурному, інформаційному середовищах та в різних життєвих ситуаціях. Компетентнісний підхід у навчанні предмета й формування ключових компетентностей складають основу для навчання протягом життя, забезпечують вироблення в учнів / учениць важливих наскрізних вмінь: *читати з розумінням; висловлювати власну думку в усній і письмовій формах; критично і системно мислити; логічно обґрунтовувати позицію; діяти творчо; виявляти ініціативу; конструктивно керувати емоціями; оцінювати ризики; приймати рішення; розв'язувати проблеми; співпрацювати з іншими.*

Програмою сформовано такий зміст базових знань, яких мають набути учні / учениці наприкінці вивчення курсу геометрії, який узгоджений із відповідним переліком Державного стандарту (додаток 7), а саме:

- методологія математики: математична термінологія і символіка; математичні твердження; аксіоми і теореми; методи доведення тверджень; індуктивні та дедуктивні міркування; формулювання, доведення та спростування гіпотез; метод математичного моделювання;

- геометрія і вимірювання геометричних величин: первинні геометричні об'єкти (фігури та відношення); аксіоми планіметрії; найпростіші геометричні фігури; трикутники, многокутники; основні геометричні форми: лінії, поверхні, тіла; коло і круг; многогранники і тіла обертання: призма, піраміда, циліндр, конус, куля; геометричні перетворення (рухи, перетворення подібності); рівність та подібність фігур; вимірювання відрізків та кутів; площа плоскої геометричної фігури; об'єм та площа поверхні тіла; вимірювання та обчислення площ і об'ємів фігур;

- координати і вектори: система координат, прямокутна декартова система координат; лінії в прямокутній декартовій системі координат на площині; скалярні та векторні величини; координати вектора; відношення векторних величин; операції над векторами.

Обов'язкові результати навчання з математичної освітньої галузі узгоджуються в Програмі з групами вимог, які зазначено в Державному стандарті (додаток 8), відповідно до яких передбачено, що учень / учениця:

- *досліджує проблемні ситуації та виокремлює проблеми, які можна розв'язувати із застосуванням математичних методів;*

- *моделює процеси та ситуації, розробляє стратегії, плани дій для розв'язання проблем;*

- *критично оцінює процес і результат розв'язання проблем;*

- *розвиває математичне мислення для пізнання і перетворення дійсності, володіє математичною мовою.*

VI. Компетентнісний потенціал математичної освітньої галузі

Визначення здатності математичної освітньої галузі формувати ключові компетентності, які окреслено Державним стандартом, а саме:

1) вільне володіння державною мовою, що передбачає вміння: здійснювати комунікацію в усній і письмовій формах на основі знання функцій мови, ресурсів (лексики, граматики) і норм сучасної української літературної мови, типів мовної взаємодії, особливостей стилів мовлення інформаційних та художніх текстів, медіатекстів тощо; здобувати й опрацьовувати інформацію з різних (друкованих і цифрових, зокрема аудіовізуальних) джерел у різних освітніх галузях і контекстах, критично осмислювати її та використовувати для комунікації в усній і письмовій формах, для обстоювання власних поглядів, переконань, суспільних і національних цінностей; відповідально, усвідомлюючи цінність української мови як мови взаємодії на всій території держави, використовувати мовні

засоби для досягнення особистих і суспільних цілей у життєвих і навчальних ситуаціях, для творчого самовираження;

2) здатність спілкуватися рідною (у разі відмінності від державної) та іноземними мовами, що передбачає вміння: здійснювати комунікацію в усній і письмовій формах на основі знання функцій мови, ресурсів (лексики, граматики) і норм мови, особливостей основних стилів і жанрів мовлення, типів мовної взаємодії; здобувати й опрацьовувати інформацію з різних (друкованих і цифрових, зокрема аудіовізуальних) джерел, критично осмислювати її, використовувати в усній і письмовій комунікаціях для обстоювання власних поглядів, переконань, суспільних і національних цінностей; відповідально використовувати мовні засоби для досягнення особистих і суспільних цілей у життєвих та навчальних ситуаціях, творчого самовираження, спираючись на особливості міжкультурної комунікації та досвід комунікації державною мовою; відповідно до ситуації ефективно виражати ідеї, почуття, пояснювати та обговорювати факти, явища, події, обґрунтовувати свої погляди та переконання в усній і письмовій формах у різних особистісних і соціальних контекстах (побутових, навчальних, громадських тощо), спираючись на мовний і мовленнєвий досвід, мовні норми в спілкуванні, соціокультурні реалії та особливості міжкультурної комунікації;

3) математичну компетентність, що передбачає здатність розвивати і застосовувати математичні знання та методи для розв'язання широкого спектра проблем у повсякденному житті; моделювання процесів та ситуацій із застосуванням математичного апарату; усвідомлення ролі математичних знань і вмінь в особистому та суспільному житті людини;

4) компетентності у галузі природничих наук, техніки і технологій, що передбачають формування наукового світогляду; здатність і готовність застосовувати відповідний комплекс наукових знань і методологій для пояснення світу природи; набуття досвіду дослідження природи та формулювання доказових висновків на основі отриманої інформації; розуміння змін, зумовлених людською діяльністю; відповідальність за наслідки такої діяльності;

5) інноваційність, що передбачає здатність учня / учениці реагувати на зміни та долати труднощі; відкритість до нових ідей; ініціювання змін у класі, закладі освіти, родині, громаді тощо; спроможність визначати і ставити перед собою цілі, мотивувати себе та розвивати в собі стійкість і впевненість, щоб навчатися і досягати успіхів;

6) екологічну компетентність, що передбачає усвідомлення екологічних основ природокористування, необхідності охорони природи, дотримання правил поведінки на природі, ощадливого використання природних ресурсів, розуміння контексту і взаємозв'язку господарської діяльності і важливості збереження природи для забезпечення сталого розвитку суспільства;

7) інформаційно-комунікаційну компетентність, що передбачає впевнене, критичне і відповідальне використання цифрових технологій для власного розвитку і спілкування; здатність безпечно застосовувати інформаційно-комунікаційні засоби в навчанні та інших життєвих ситуаціях, дотримуючись принципів академічної доброчесності;

8) навчання впродовж життя, що передбачає здатність визначати й оцінювати власні потреби та ресурси для розвитку компетентностей, застосовувати різні способи розвитку компетентностей, знаходити можливості для навчання і саморозвитку; спроможність навчатися і працювати в колективі та самостійно, організовувати своє навчання, оцінювати його, ділитися його результатами з іншими, шукати підтримки, коли вона потрібна;

9) громадянські та соціальні компетентності, пов'язані з ідеями демократії, справедливості, рівності, прав людини, добробуту та здорового способу життя, з усвідомленням рівних прав і можливостей, що передбачають: спроможність діяти як відповідальний громадянин, брати участь у громадському та суспільному житті, зокрема закладу освіти і класу, спираючись на розуміння загальнолюдських і суспільних цінностей, соціальних, правових, економічних і політичних принципів, ідей сталого розвитку суспільства, співіснування людей та спільнот у глобальному світі, критичне осмислення основних подій національної, європейської та світової історії, усвідомлення їх впливу на світогляд громадянина та його самоідентифікацію; виявлення поваги до інших, толерантність, уміння конструктивно співпрацювати, співпереживати, долати стрес і діяти в конфліктних ситуаціях, зокрема пов'язаних із різними проявами дискримінації; дбайливе ставлення до особистого, соціального здоров'я, усвідомлення особистих відчуттів і почуттів, здатність дослухатися до внутрішніх потреб; дотримання здорового способу життя; розуміння правил поведінки та спілкування, що є загальноприйнятими в різних спільнотах і середовищах та ґрунтуються на спільних моральних цінностях; спроможність діяти в умовах невизначеності та багатозадачності;

10) культурну компетентність, що передбачає наявність стійкого інтересу до опанування культурних і мистецьких здобутків України та світу, шанобливого ставлення до культурних традицій українців, представників корінних народів і національних меншин, інших держав і народів; здатність розуміти і цінувати творчі способи вираження та передавання ідей у різних культурах через різні види мистецтва та інші культурні форми; прагнення до розвитку і вираження власних ідей, почуттів засобами культури і мистецтва;

11) підприємливість і фінансову грамотність, що передбачають ініціативність, спроможність використовувати можливості та реалізовувати ідеї, створювати цінності для інших у будь-якій сфері життєдіяльності; здатність до активної участі в житті суспільства, керування власним життям і кар'єрою; уміння розв'язувати проблеми; готовність брати відповідальність за прийняті рішення; здатність працювати в команді для планування і реалізації проєктів, які мають культурну, суспільну або фінансову цінність тощо.

VII. Зміст Програми для базового предметного навчання геометрії в 7–9 класах

7 клас

Актуалізація досвіду та опорних знань за адаптаційний цикл навчання математики в 5–6 класах.

Відрізок. Ламана. Довжина ламаної. Одиниці вимірювання довжини. *Практична робота:* моделювання навколишніх предметів відрізками та ламаними, вимірювання та обчислення довжини ламаної. Кут, види кутів, градусна міра кута. Навчальні задачі на побудову, вимірювання кутів та визначення їхньої градусної міри. Многокутники. Види многокутників. Периметр многокутників. Задачі практичного змісту на застосування периметра многокутника. Прямокутник. Квадрат. Площа квадрата, прямокутника, прямокутного трикутника. Одиниці вимірювання площі. Компетентісно орієнтовані задачі на обчислення площ прямокутника, квадрата, прямокутного трикутника. Коло, довжини кола. Число « π ». Круг, площа круга. Навчально-практичні задачі на обчислення довжини кола та площі круга. Прямокутний паралелепіпед. Куб. Циліндр. Об'єм прямокутного паралелепіпеда, куба, циліндра. Одиниці вимірювання об'єму. *Практична робота:* знаходження площ многокутників, як сум площ прямокутників, квадратів та прямокутних трикутників. **1. Елементарні геометричні фігури та їхні властивості.**

Поняття про основні геометричні фігури: точку, пряму, площину. Лінії, види ліній. Поняття термінів: «аксіома», «означення». Відстань між двома точками. Означення відрізка, кута, бісектриси кута. Вимірювання відрізків, кутів. Рівні відрізки, кути. Трикутники. Моделювання задач на обчислення довжин відрізків та градусних мір кутів алгебраїчним способом. Аксиоми евклідової геометрії. Практична робота «Застосування понять про елементарні геометричні фігури та їхні властивості».

2. Взаємне розміщення прямих на площині.

Поняття термінів: «теорема», «доведення теореми». Суміжні кути. Теорема про властивість суміжних кутів. Вертикальні кути. Теорема про властивість вертикальних кутів. Кут між двома прямими, що перетинаються. Паралельні та перпендикулярні прямі, їхні властивості. Спосіб доведення від супротивного. Перпендикуляр і похила. Відстань від точки до прямої. Кути, утворені перетином двох прямих третьою. Поняття терміна «ознака». Ознаки паралельності прямих. Властивості кутів, утворених перетином паралельних прямих третьою. Практична робота «Застосування компетентностей про взаємне розміщення прямих на площині».

3. Трикутник і його елементи. Рівність трикутників.

Трикутник і його елементи. Види трикутників. Найважливіші лінії в трикутнику: медіана, бісектриса, висота. *Практична робота:* 1) побудова медіан, бісектрис і висот у гострокутному, прямокутному та тупокутному трикутниках; 2) дослідження розміщення точок перетину найважливіших ліній у рівнобедреному та рівносторонньому трикутниках. Рівність геометричних фігур. Перша і друга ознаки рівності трикутників. Рівнобедрений трикутник, його властивості та ознаки. Третя ознака рівності трикутників. Задачі практичного змісту на застосування ознак рівності трикутників. [«Чудові» точки в трикутнику (центроїд, інцентр, ортоцентр, медіатриса)].

4. Види трикутників та їхні властивості. Внутрішні та зовнішні кути трикутника.

Практична робота: дослідження трикутників різних видів щодо встановлення суми їхніх кутів. Сума кутів трикутника. Зовнішній кут трикутника та його властивості. Поняття терміна «необхідні та достатні умови». Рівносторонній трикутник, його властивості та ознаки. Співвідношення між сторонами і кутами в трикутнику. Нерівність трикутника. Прямокутний трикутник, його властивості. Ознаки рівності прямокутних трикутників. Властивості перпендикуляра і похилих. *Практична робота:* побудова розгортки піраміди, в основі якої лежить прямокутник і квадрат, визначення та дослідження властивостей їхніх граней.

5. Геометричне місце точок.

Поняття про геометричне місце точок. Коло, властивості хорд кола. Взаємне розміщення прямої і кола. Дотична до кола та її властивості. Властивість та ознака бісектриси кута. Задачі на застосування властивості та ознаки бісектриси кута. Серединний перпендикуляр (медіатриса). Властивість та ознака серединного перпендикуляра до відрізка. Коло, описане навколо трикутника. Коло, вписане в трикутник. Взаємне розміщення двох кіл. Дослідження трикутників, вписаних у коло та описаних навколо нього, щодо розміщення центрів відповідних кіл.

6. Елементарні геометричні побудови.

Побудова суми і різниці двох відрізків. Побудова трикутника за трьома заданими сторонами. Побудова прямої, перпендикулярної до даної. Поділ відрізка навпіл. *Практична робота:* за перпендикулярними розрізами, зробленими в прямокутнику, скласти модель іншої фігури (танграми). Побудова бісектриси кута. Побудова кута, що дорівнює даному куту. Побудова прямої, паралельної даній прямій. *Практична робота:* за паралельними розрізами, зробленими в прямокутнику, скласти модель іншої фігури (танграми). Алгоритм розв'язування задач на побудову та форма його запису. Метод геометричних місць точок у задачах на побудову.

7. Узагальнення та систематизація набутих компетентностей з геометрії за 7 клас.

Навчальні (опорні) задачі на застосування властивостей кутів, утворених перетином двох паралельних прямих третьою. *Практична робота:* встановлення перпендикулярності та паралельності двох прямих. Навчальні (опорні) задачі на застосування означень, властивостей, ознак до розв'язування задач на встановлення рівностей двох трикутників. Навчальні (опорні) задачі на застосування ознак рівності прямокутних трикутників. Навчальні (опорні) задачі на застосування властивостей та ознак рівнобедреного, рівностороннього та прямокутного трикутників. Навчальні (опорні) задачі на застосування властивостей кутів трикутника та його зовнішнього кута. Дослідження існування трикутника за довжинами його сторін. Дослідження ситуацій можливості перетину двох кіл. Навчальні (опорні) задачі на побудову. Навчальні (опорні) задачі, що поєднують кілька змістових ліній курсу геометрії.

8. Проектна навчальна діяльність учнів / учениць, дослідження та презентація продукту дослідження.

Тематичні навчальні проекти, що описують реальні процеси в поєднанні з ключовими та освітніми компетентностями інших галузей за допомогою тем, вивчених у курсі геометрії 7 класу (елементарні геометричні фігури та їхні властивості; взаємне розміщення прямих на площині; трикутники, рівність трикутників, види

трикутників; геометричне місце точок та інше), які моделюють предмети та явища навколишнього світу. Наприклад, проєкт «Досліджуємо паралельність (перпендикулярність) у застосуванні» або «Завжди поряд і ніколи разом (паралельність)», або «Досліджуємо, чому людина впевнено стоїть на землі і не падає?» можна реалізувати за допомогою геометричної теми «Взаємне розміщення прямих на площині», що демонструє застосування теми в практичних та життєвих ситуаціях. Тематичні навчальні проєкти можуть також мати дослідницьке спрямування щодо історії предмета, які стосуються виникнення геометрії, термінів, чи про життя геометрів. Такі проєкти можуть бути реферативними або інсценованими.

8 клас

Актуалізація досвіду та опорних знань з геометрії за 7 клас.

Практична робота: встановлення перпендикулярності та паралельності двох прямих за розгортками прямокутних паралелепіпедів, кубів, чотирикутних пірамід. Навчальні задачі на застосування: властивостей кутів, утворених при перетині двох паралельних прямих третьою; ознак рівності трикутників; ознак рівності прямокутних трикутників; властивостей рівнобедреного, рівностороннього та прямокутного трикутників; властивостей кутів трикутника та його зовнішнього кута. Навчальні задачі на дослідження: існування трикутника за довжинами його сторін; перетину двох кіл. Навчальні задачі на здійснення елементарних геометричних побудов.

1. Чотирикутники.

Загальні відомості про чотирикутники та їхні елементи. Сума кутів чотирикутника. Паралелограм та його властивості. Ознаки паралелограма. Навчальні задачі на застосування властивостей та ознак паралелограма. Задачі практичного змісту на застосування властивостей та ознак паралелограма. Окремі види паралелограмів: прямокутник, квадрат, ромб. Властивості прямокутника, квадрата, ромба. Навчальні задачі та задачі практичного змісту на застосування властивостей та ознак прямокутника, квадрата, ромба. Трапеція, окремі види трапецій. Властивості рівнобічної трапеції. Ознаки рівнобічної трапеції. Теорема Фалеса. Середня лінія трикутника, її властивості. Середня лінія трапеції, її властивості. Задачі практичного змісту на застосування властивостей середньої лінії трикутника та трапеції. [Задачі практичного змісту на доведення].

2. Вписані та описані чотирикутники.

Розширення поняття кута. Кругові діаграми. Центральний кут. Градусна міра дуги кола. Вписаний кут та його властивості. Властивості хорд та їхніх дуг. Вимірювання кутів, утворених хордами, січними та дотичними. Чотирикутники, вписані в коло. Властивість і ознака чотирикутника, вписаного в коло. Чотирикутники, описані навколо кола. Властивість і ознака чотирикутника, описаного навколо кола. [Теорема Птолемея про взаємоз'язок діагоналей та сторін чотирикутника, вписаного в коло].

3. Подібність трикутників.

Пропорційні відрізки. Узагальнена теорема Фалеса. Подібність трикутників. Ознаки подібності трикутників. Властивості подібних трикутників. Подібність прямокутних трикутників. Середні пропорційні відрізки в прямокутному трикутнику. Задачі практичного змісту на застосування подібності трикутників. Властивість бісектриси трикутника. Властивості медіан трикутника. Властивість медіани прямокутного трикутника, проведеної до гіпотенузи. Метод подібності в задачах про трапецію. *Практична робота*: вимірювання на місцевості та геометричне моделювання життєвої задачі. [Точки і коло Ейлера, пряма Ейлера].

4. Розв'язування прямокутних трикутників.

Тригонометричні співвідношення в прямокутному трикутнику: синус, косинус і тангенс його гострого кута. Значення синуса, косинуса, тангенса деяких кутів. Побудова кута за значенням синуса, косинуса, тангенса. Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника. Основні тригонометричні тотожності. Теорема Піфагора. Застосування теореми Піфагора та її наслідків для розв'язування задач практичного змісту. Властивості перпендикуляра і похилих, які проведено з тієї самої точки до прямої. Застосування теореми Піфагора та властивостей похилих до розв'язування задач практичного змісту. Розв'язування прямокутних трикутників. Застосування правил виконання дій з наближеними числами в геометричних задачах. Синус, косинус, тангенс гострого кута в задачах практичного змісту. [Цілочислові трикутники, «піфагорові» трійки. Метод подібності і метричні співвідношення в колі].

5. Многокутники. Площі многокутників.

Многокутник, його елементи. Опуклий і неопуклий многокутники. Сума кутів опуклого n -кутника. Зовнішній кут опуклого многокутника. Сума зовнішніх кутів опуклого многокутника, узятих по одному при кожній вершині. Многокутник, вписаний у коло. Многокутник, описаний навколо кола. Поняття площі фігури. Основні властивості

площі. Площа окремих видів многокутника: прямокутника, квадрата, паралелограма, ромба. Задачі практичного змісту на обчислення площ прямокутника, квадрата, паралелограма, ромба. Площа трикутника. Задачі практичного змісту на обчислення площі трикутника. Площа трапеції. Навчальні задачі на знаходження площі трикутника. Співвідношення між сторонами і висотами в паралелограмі і трикутнику. Задачі практичного змісту на обчислення площі трапеції. [Рівноскладеність многокутників та їх рівновеликість (рівність площ)].

6. Узагальнення та систематизація набутих у 8 класі предметних компетентностей.

Навчальні (опорні) задачі на застосування: властивостей вписаних та центральних кутів; властивостей чотирикутників, вписаних у коло та описаних навколо кола; властивостей медіан та бісектрис трикутника; теореми Піфагора та властивостей похилих. Навчальні (опорні) задачі на встановлення: подібності трикутників та метричні співвідношення в прямокутному трикутнику; певних лінійних величин у чотирикутниках. Навчальні (опорні) задачі на розв'язування трикутників за допомогою співвідношень між сторонами і кутами прямокутного трикутника. Навчальні (опорні) задачі на знаходження площ окремих видів чотирикутників та трикутників. Задачі, що поєднують декілька змістових ліній, вивчених у курсі геометрії. [Теорема Евкліда про суму площ подібних многокутників, побудованих на катетах прямокутного трикутника, і площу подібного їм многокутника, який побудований на його гіпотенузі].

7. Проєктна навчальна діяльність учнів / учениць, дослідження та презентація продукту дослідження.

Тематичні навчальні проєкти, які описують реальні процеси в поєднанні з ключовими та освітніми компетентностями інших галузей за допомогою тем, вивчених у курсі геометрії 8 класу (чотирикутники, застосування властивостей кутів, сторони яких перетинають коло; подібність трикутників (прямокутних трикутників); розв'язування прямокутних трикутників; площі многокутників та інше), які моделюють предмети і явища навколишнього світу. Наприклад, проєкт «Жорсткість трикутника в будівництві» або «Трикутник у духовності людини» можна реалізувати за допомогою геометричної теми «Трикутники. Подібність трикутників», що демонструє застосування теми в практичних та життєвих ситуаціях. Тематичні навчальні проєкти можуть також мати дослідницьке спрямування щодо відомостей з історії виникнення геометрії, її термінології, життя та діяльності осіб, які вплинули на розвиток геометрії. Такі проєкти можуть бути реферативними або інсценованими.

9 клас

Актуалізація досвіду та опорних знань з геометрії за 8 клас.

Навчальні (опорні) задачі на застосування: властивостей вписаних та центральних кутів, властивостей чотирикутників, вписаних у коло та описаних навколо кола; властивостей медіан та бісектрис трикутника; теореми Піфагора та властивостей похилих; площ окремих видів чотирикутників та трикутників. Навчальні (опорні) задачі на встановлення: подібності трикутників та метричні співвідношення в прямокутному трикутнику; певних лінійних величин у чотирикутниках. Навчальні (опорні) задачі на розв'язування трикутників за допомогою співвідношень між сторонами і кутами прямокутного трикутника. Задачі, що поєднують декілька змістових ліній, вивчених у курсі геометрії.

1. Координатна площина. Координати на площині.

Декартова система координат. Відстань між двома точками із заданими координатами. Довжина відрізка за заданими координатами його кінців. Координати середини відрізка. [Координати точки, яка ділить відрізок у заданому відношенні]. Рівняння кола. Рівняння прямої. Загальне рівняння прямої, рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом та рівняння прямої, що проходить через дві точки. [Умова належності трьох точок одній прямій]. Взаємне розміщення двох прямих на площині: паралельні, перпендикулярні прямі. [Рівняння прямої у відрізках]. Синус, косинус, тангенс кутів від 0° до 180° . Тотожності: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$; $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$. Метод координат як засіб розв'язування геометричних задач. Задачі на дослідження геометричного місця точок за допомогою алгебраїчного моделювання.

2. Вектори на площині.

Поняття про вектор як геометричну фігуру. Початок і кінець вектора. Модуль і напрям вектора. Нульовий вектор. Рівність векторів. Колінеарність векторів. Правила додавання (віднімання) векторів та множення вектора на число геометричним способом. Координати вектора. Формула обчислення модуля вектора. Колінеарність та рівність векторів, які задано координатами. Додавання й віднімання векторів, які задані координатами. Множення вектора, який заданий координатами, на число. Кут між векторами. Скалярний добуток векторів та його властивості. Умова перпендикулярності двох векторів. Векторний метод як засіб розв'язування геометричних задач [Розкладання вектора за двома неколінеарними векторами].

3. Розв'язування трикутників.

Теорема синусів та наслідки з неї. Теорема косинусів та наслідки з неї. Розв'язування трикутників за допомогою теорем синусів і косинусів та наслідків з них. Задачі практичного змісту на застосування теорем синусів і косинусів. Властивість сторін і діагоналей паралелограма. Формула довжини медіани через сторони трикутника. Формули для обчислення площі трикутника. Формула Герона. Формула для обчислення площі чотирикутника через діагоналі та кут між ними. Задачі практичного змісту на обчислення площі фігур. Задачі, що поєднують зміст кількох змістових ліній, вивчених у курсі геометрії. [Тригонометрична форма теореми Чеви].

4. Правильні многокутники. Довжина кола. Площа круга.

Правильні многокутники, їхні види та властивості. Правильні многокутники, вписані в коло. Правильний многокутник, описаний навколо кола. Співвідношення між стороною правильного многокутника і радіусами вписаного в нього та описаного навколо нього кіл. Довжина кола. Довжина дуги кола. Площа круга та його частин (кругового сектора та сегмента). Розгортка циліндра. Площа поверхні циліндра. [Нерівність Птолемея про взаємозв'язок діагоналей опуклого чотирикутника та його сторін. Число, що визначає золотий переріз].

5. Перетворення фігур.

Поняття про перетворення фігур. Переміщення (рух) та його властивості. Рівність фігур. Паралельне перенесення. Властивості паралельного перенесення. Поворот. Симетрія відносно точки. Симетрія відносно прямої. Перетворення симетрії на координатній площині (осьова та центральна симетрії). Задачі практичного змісту на перетворення симетрії. Поворот. Паралельне перенесення. Властивості паралельного перенесення. Перетворення подібності та його властивості. Подібність фігур. Площі подібних фігур.

6. Початкові відомості зі стереометрії.

Многогранники та тіла обертання. Поняття повної і бічної поверхні прямокутного паралелепіпеда. *Практична робота*: виготовлення паперових моделей прямокутного паралелепіпеда, куба та визначення за ними площ їхніх бічної та повної поверхонь. Дослідження за моделлю прямокутного паралелепіпеда розміщення в просторі двох прямих, прямої і площини, двох площин, перпендикуляра до площини. Пряма призма, основою якої є трикутник, паралелограм, ромб, трапеція; формули площ її бічної та повної поверхонь. Циліндр, формули площ його бічної та

повної поверхонь. Правильна піраміда, формули площ її бічної та повної поверхонь. Конус, формули площ його бічної та повної поверхонь.

Практична робота: виготовлення паперових моделей призми, циліндра, піраміди, конуса. Визначення за ними площ їх бічної та повної поверхонь. Обчислення за формулами об'ємів призм, пірамід, циліндрів, конусів. Куля і сфера, площа поверхні кулі (сфери), об'єм кулі. Приклади матеріальних куль.

7. Узагальнення та систематизація набутих предметних компетентностей у 9 класі та за цикл базового предметного навчання у 7–9 класах.

Навчальні (опорні) задачі на застосування: властивостей суміжних та вертикальних кутів, ознак паралельності прямих; ознак рівності і подібності трикутників; нерівності трикутника; властивостей вписаних та центральних кутів; властивостей чотирикутників, вписаних у коло та описаних навколо кола; властивостей медіан та бісектрис трикутника; теореми Піфагора та властивостей похилих. Навчальні (опорні) задачі на встановлення: подібності трикутників. Навчальні (опорні) задачі на розв'язування прямокутних трикутників за допомогою синуса, косинуса, тангенса гострого кута. Навчальні (опорні) задачі на знаходження: певних лінійних величин у чотирикутниках; площ окремих видів чотирикутників, трикутників, подібних фігур; відстані між двома точками, які задано координатами, модуля вектора, заданого координатами, та визначення кута між двома векторами. Навчальні (опорні) задачі на розв'язування трикутників із застосуванням теорем синусів, косинусів та наслідків з них. Задачі, що поєднують декілька змістових ліній, вивчених у курсі геометрії.

8. Проєктна навчальна діяльність учнів / учениць 9 класу, дослідження та презентація продукту дослідження.

Тематичні навчальні проєкти, що описують реальні процеси в поєднанні з ключовими та освітніми компетентностями інших галузей за допомогою тем, вивчених у курсі геометрії 9 класу (координати на площині; вектори на площині; розв'язування трикутників; правильні многокутники, довжина кола, площа круга; геометричні переміщення та інше), які моделюють предмети і явища навколишнього світу. Наприклад, проєкт «Правильні многокутники навколо нас (в архітектурі, живописі, красі природи, вишивці, килимарстві, гончарстві тощо)» можна реалізувати за допомогою геометричної теми «Правильні многокутники. Довжина кола. Площа круга», що демонструє застосування теми в практичних та життєвих ситуаціях. Тематичні навчальні проєкти також можуть мати дослідницьке спрямування щодо відомостей з історії виникнення геометрії, її термінології, життя та діяльності геометрів. Ці проєкти можуть бути реферативними або інсценованими.

VIII. Структура навчальної Програми як базового предметного навчання геометрії в 7–9 класах

Навчальна Програма містить три складові: «очікувані результати», «пропонований зміст» і «види навчальної діяльності», які подано у формі таблиці. Кожна з них систематизує свій напрям у діяльності, зокрема: «пропонований зміст» містить окремий перелік підтем кожної теми; «очікувані результати» – опис конкретних очікувань від учнів / учениць або отриманих у процесі вивчення відповідної теми за когнітивною сферою – знання, розуміння, застосування, аналіз, синтез, оцінювання, які виносяться на контроль та оцінювання; «види навчальної діяльності» моделюють освітній процес вивчення теми – орієнтовний перелік видів навчальної діяльності, які процедурно сприятимуть засвоєнню учнями / ученицями змісту навчання та досягненню очікуваних результатів, які вчитель / вчителька зможуть змінювати або розширювати.

Особливе місце в Програмі для кожного класу відведено навчальним компетентнісно орієнтованим задачам, які, з одного боку, є інструментом для формування здатності учнів / учениць використовувати математичні знання в різноманітних практичних ситуаціях, з іншого – формують особливі їхні вміння досліджувати ситуації, аналізувати власні й почуті від інших підходи в пошуку розв'язання проблеми (міркування, роздуми, інтуїція та, насамкінець, реалізація – розв'язання проблеми (коротко – ДАР)). Навчальні задачі формують вимір «учитися знати», що впливатиме на розвиток у здобувачів / здобувачок освіти здібностей, які допоможуть краще зрозуміти світ та інших людей, а саме: концентрацію та розв'язання проблем; критичне мислення, креативність, цікавість і творчість.

Неабияку роль у досягненні основних цілей НУШ відіграє проєктна діяльність учнів / учениць за навчальними темами, які можливо інтегрувати з іншими освітніми галузями та наскрізними лініями ключових компетентностей. Готувати проєкти можна до кожної теми, завершуючи ними її вивчення. Відводити час на проєктну діяльність можна також у кінці семестру або навчального року. Навчальні проєкти – це водночас і метод навчання, і форма організації освітнього процесу, адже передбачають:

- різні види дослідження ситуацій, проведених самостійно або в групах;
- виокремлення проблем, які можна розв'язати із застосуванням математичних методів;
- самостійне або в команді моделювання процесів і ситуацій;
- обговорення та розроблення стратегій, планів дій для розв'язання проблемних ситуацій;
- критичне оцінювання процесу та результату розв'язання проблемних ситуацій через підготовку результату проєкту у формі презентації, моделі, виступу, реферату тощо;

- особливий спосіб розвитку математичного мислення для пізнання і перетворення дійсності, володіння математичною мовою, вміння формулювати думку й доносити її.

Теми, які подано у квадратних дужках, містять додатковий ресурс розвитку особистості. Опрацювання змісту цих тем передбачає процедуру дослідження та/або доведення, а тому їх вважають дещо складними для школярів. Оскільки зміст цих тем узгоджується зі змістом Програми, то питання про включення їх у навчальний процес учитель / учителька вирішує самостійно.

Навчальною Програмою також передбачено можливість здійснювати повторення, зокрема на початку навчального року актуалізувати досвід та опорні знання учнів / учениць за попередній рік навчання (у 7 класі – цикл), а в кінці навчального року – узагальнити та систематизувати предметні компетентності, набуті в поточному році.

Зміст Програми розподілено за темами, однак такий розподіл є орієнтовним, тому вчителі / вчительки, автори / авторки підручників можуть самостійно коригувати послідовність вивчення навчальних тем, обсяг їхнього змісту та кількість годин на вивчення кожної теми.

У Програмі не зазначено кількість навчальних годин на тиждень, оскільки загальний обсяг навчального навантаження, який відведено для вивчення предмета впродовж навчального року, визначено в пункті «Базовий навчальний план закладів загальної середньої освіти» Державного стандарту (додаток 23), який може бути мінімальним, рекомендованим і максимальним.

ІХ. Програма для базового предметного навчання геометрії в 7–9 класах

7 клас		
Очікувані результати	Пропонований зміст	Види навчальної діяльності
Актуалізація досвіду та опорних знань за адаптаційний цикл навчання математики в 5–6 класах		
<p>Учень / учениця: доцільно та правильно використовує математичну термінологію і символіку, вивчені раніше поняття і факти; вирізняє проблемні ситуації, які можуть бути розв'язані математичними методами; виокремлює в конкретній проблемній ситуації її складові частини, що можуть бути розв'язані математичними методами; пропонує ідеї щодо ходу розв'язання проблемної ситуації та вміння співпрацювати; у співпраці з іншими особами планує дії, спрямовані на розв'язання проблемної ситуації; приймає рішення щодо відбору даних, потрібних для розв'язання проблемної ситуації; шукає підходи та визначає власний спосіб розв'язання проблемної ситуації, аналізує думку інших; визначає компоненти математичної</p>	<p>Відрізок. Ламана. Довжина ламаної. Одиниці вимірювання довжини. <i>Практична робота:</i> моделювання навколишніх предметів відрізками та ламаними, вимірювання та обчислення довжини ламаної. Кут, види кутів, градусна міра кута. Навчальні задачі на побудову, вимірювання кутів та визначення їхньої градусної міри. Многокутники. Види многокутників. Периметр многокутників. Задачі практичного змісту на застосування периметра многокутника. Прямокутник. Квадрат. Площа квадрата, прямокутника, прямокутного трикутника. Одиниці вимірювання площі. Компетентнісно орієнтовані задачі на обчислення площ прямокутника, квадрата, прямокутного трикутника. Коло, довжини кола. Число «π».</p>	<p>Повторення понять відрізок, довжина відрізка, ламана, довжина ламаної, одиниць вимірювання довжин. Організація виконання практичної роботи створення моделей у формі ламаних (робота в групах; квест). Розв'язування задач на побудову кутів даної градусної міри та вимірювання кутів, користуючись рисунками. Повторення вивченого про многокутник та його види. Обчислення периметрів многокутників за поданими умовами. Розв'язування задач практичного змісту на вимірювання периметра многокутника. Повторення вивченого про прямокутник, квадрат та формули обчислення їхньої площі. Обговорення одиниць вимірювання площі та переведення їх з одних в інші. Розв'язування компетентнісно орієнтованих задач на обчислення площ прямокутника, квадрата, прямокутного трикутника. Заповнення та читання таблиць. Повторення вивченого про коло,</p>

<p>моделі проблемної ситуації, взаємозв'язки між ними, їх достатність для запису проблемної ситуації в математичному вигляді; здійснює перехід від абстрактного до конкретного і навпаки; самостійно та в групі будує математичну модель проблемної ситуації, доречно добирає математичний апарат для побудови моделі; виправляє помилки, робить висновки на основі отриманих результатів.</p>	<p>Круг, площа круга. Навчально-практичні задачі на обчислення довжини кола та площі круга. Прямокутний паралелепіпед. Куб. Циліндр. Об'єм прямокутного паралелепіпеда, куба, циліндра. Одиниці вимірювання об'єму. <i>Практична робота:</i> знаходження площ многокутників як сум площ прямокутників, квадратів та прямокутних трикутників.</p>	<p>його довжину, число «π» та про круг і його площу. Обговорення спільного й різного між колом і кругом, дослідження ситуацій. Розв'язування задач на обчислення довжини кола та площі круга. Повторення вивченого про геометричні фігури: прямокутний паралелепіпед, куб, циліндр, формули обчислення їхнього об'єму. Обговорення одиниць вимірювання об'єму та переведення їх з одних в інші. Виконання практичної роботи на знаходження площ многокутників (робота в групах).</p>
Тема 1. Елементарні геометричні фігури та їхні властивості		
<p>Учень / учениця: доцільно та правильно використовує математичну термінологію і символіку; доцільно добирає математичні поняття, факти та послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій і одержання результату; здійснює перехід від абстрактного до конкретного і навпаки; формулює припущення і досліджує їх істинність різними способами; визначає компоненти математичної моделі проблемної ситуації, взаємозв'язки між ними, їх достатність</p>	<p>Поняття про основні геометричні фігури: точку, пряму, площину. Лінії, види ліній. Поняття термінів «аксіома», «означення». Відстань між двома точками. Означення відрізка, кута, бісектриси кута. Вимірювання відрізків, кутів. Рівні відрізки, кути. Трикутники. Моделювання задач на обчислення довжин відрізків та градусних мір кутів алгебраїчним способом. Аксиоми евклідової геометрії.</p>	<p>Ознайомлення із терміном «означуване і неозначуване поняття». Обговорення поняття про геометричні фігури, які віднесено до основних. Введення нових символів «\in», «\notin» та термінів «аксіома», «означення». Проведення дослідження взаємного розміщення точок і прямих, точок на прямій, визначення кількості прямих, які можна провести через дві точки. Обговорення означення паралельних прямих, відрізка, рівних відрізків, можливість відкладання: відрізка даної довжини від деякої точки прямої; кута певної градусної міри від півпрямой в</p>

<p>для запису проблемної ситуації в математичному вигляді; відображає в зручній для сприйняття формі результати розв'язання проблемної ситуації; встановлює залежність між елементами проблемної ситуації; встановлює аналогію між результатом запропонованої та результатом відомої проблемної ситуації; визначає, описує та аналізує зв'язки між математичними об'єктами та об'єктами реального світу, а також між математичними об'єктами.</p>	<p>Практична робота «Застосування понять про елементарні геометричні фігури та їхні властивості».</p>	<p>даній півплощині; трикутника, рівного даному. Застосування аксіом вимірювання відрізків та вимірювання кутів у задачах та їх моделювання алгебраїчним способом. Ознайомлення із аксіомами евклідової геометрії, як очікуваних результатів проекту людської діяльності. Наведення конкретних практичних прикладів моделювання аксіом. Обговорення їх систематизації, розуміння та вміння застосовувати. Виконання практичних робіт по вимірюванню та дослідженнях отриманих результатів.</p>
<p>Тема 2. Взаємне розміщення прямих на площині</p>		
<p>Учень / учениця: доцільно та правильно використовує математичну термінологію і символіку; співвідносить з об'єктами навколишньої дійсності суміжні та вертикальні кути; паралельні та перпендикулярні прямі; перпендикуляр та похилу; виокремлює в конкретній проблемній ситуації її складові частини, що можуть бути розв'язані за допомогою вивчених дій з одночленами та многочленами; формулює задану проблемну ситуацію</p>	<p>Поняття термінів «теорема», «доведення теореми». Суміжні кути. Теорема про властивість суміжних кутів. Вертикальні кути. Теорема про властивість вертикальних кутів. Кут між двома прямими, що перетинаються. Паралельні та перпендикулярні прямі, їхні властивості. Спосіб доведення від супротивного. Перпендикуляр і похила. Відстань</p>	<p>Обговорення видів тверджень, які вимагають логічних міркувань – доведення – «теорема». Дослідження двох кутів, у яких одна сторона спільна, а дві інші – доповняльні півпрямі. Навчання геометричної мови викладу коротких умов та записів розв'язання геометричних задач. Опрацювання теореми про вертикальні кути та навчання вміння її застосовувати. Визначення кута між двома прямими, що перетинаються. Побудова перпендикулярних та паралельних</p>

<p>математичною мовою (складає математичну модель) у стандартному вигляді числом, одночленом, многочленом;</p> <p>визначає способи тотожних перетворень проблемної ситуації, взаємозв'язки між ними, їх достатність для запису проблемної ситуації в математичному вигляді;</p> <p>доцільно добирає математичні поняття, факти та послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій і одержання результату.</p>	<p>від точки до прямої.</p> <p>Кути, утворені перетином двох прямих третьою.</p> <p>Поняття терміна «ознака». Ознаки паралельності прямих.</p> <p>Властивості кутів, утворених перетином паралельних прямих третьою.</p> <p>Практична робота «Застосування компетентностей про взаємне розміщення прямих на площині».</p>	<p>прямих. Наведення прикладів доведення від супротивного. Обговорення понять «перпендикуляр» і «похила», терміна «ознака» та відрізнення його від інших.</p> <p>Використання властивостей кутів, утворених при перетині двох прямих січною, для розв'язування задач.</p> <p>Установлення паралельності прямих за ознакою. Виконання практичної роботи за розгорткою прямокутного паралелепіпеда та куба, визначення градусних мір утворених кутів та встановлення взаємного розміщення їхніх ребер.</p>
---	---	--

Тема 3. Трикутник і його елементи. Рівність трикутників

<p>Учень / учениця:</p> <p>доцільно та правильно використовує математичну термінологію і символіку;</p> <p>виокремлює в конкретній проблемній ситуації її складові частини, що можуть бути розв'язані за допомогою формул скороченого множення;</p> <p>формулює задану проблемну ситуацію математичною мовою у вигляді квадрату суми / різниці, різниці квадратів [суми / різниці кубів];</p> <p>визначає способи тотожних перетворень проблемної ситуації,</p>	<p>Трикутник і його елементи. Види трикутників. Найважливіші лінії в трикутнику: медіана, бісектриса, висота. <i>Практична робота:</i></p> <p>1) побудова медіан, бісектрис і висот у гострокутному, прямокутному та тупокутному трикутниках;</p> <p>2) дослідження розміщення точок перетину найважливіших ліній у трикутниках.</p> <p>Рівність геометричних фігур.</p> <p>Перша і друга ознаки рівності</p>	<p>Повторення вивченого раніше про трикутник. Побудова медіан, бісектрис, висот в одному трикутнику та дослідження їх взаємного розміщення.</p> <p>Порівняння розміщення точок перетину медіан, бісектрис, висот у трикутниках різних видів за проведеною практичною роботою в групах.</p> <p>Проведення дослідження із обговоренням розміщення точок перетину найважливіших ліній у рівнобедреному та рівносторонньому трикутниках. Практична перевірка</p>
--	---	--

<p>взаємозв'язки між ними, їх достатність для запису проблемної ситуації в математичному вигляді; доцільно добирає математичні поняття, факти та послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій і одержання результату; визначає недоліки у власних математичних знаннях і вміннях та намагається їх усунути.</p>	<p>трикутників. Рівнобедрений трикутник, його властивості та ознаки. Третя ознака рівності трикутників. Задачі практичного змісту на застосування ознак рівності трикутників. [«Чудові» точки в трикутнику (центроїд, інцентр, ортоцентр, медіатриса)].</p>	<p>рівності плоских геометричних фігур, зокрема шаблонів двох рівних трикутників. Установлення властивостей рівнобедреного трикутника. Використання ознак рівності трикутників для геометричних задач. Розв'язування задач практичного змісту із використанням ознак рівності трикутників.</p>
Тема 4. Види трикутників та їхні властивості. Внутрішні і зовнішні кути трикутника		
<p>Учень / учениця: доцільно та правильно використовує математичну термінологію і символіку; формулює задану проблемну ситуацію геометричною мовою; розрізняє: види трикутників; внутрішні, зовнішні кути трикутника; перпендикуляр і похилу; виокремлює в конкретній проблемній ситуації її складові частини для встановлення виду трикутника: рівнобедреного, рівностороннього, прямокутного та різностороннього; визначає існування трикутника за відомими довжинами його сторін; висловлюється змістовно, точно, лаконічно, структуруючи власне</p>	<p>Сума кутів трикутника. <i>Практична робота:</i> дослідження трикутників різних видів щодо встановлення суми їхніх кутів. Зовнішній кут трикутника та його властивості. Рівносторонній трикутник, його властивості та ознаки. Поняття про необхідні та достатні умови. Співвідношення між сторонами і кутами в трикутнику. Нерівність трикутника. Прямокутний трикутник, його властивості. Ознаки рівності прямокутних трикутників. Властивості перпендикуляра і</p>	<p>Проведення дослідницької роботи по вимірюванню внутрішніх і зовнішніх кутів трикутника та обговорення висновків. Доведення отриманих висновків шляхом логічних міркувань. Установлення властивостей рівностороннього та прямокутного трикутників. Розв'язування навчальних задач на застосування властивостей трикутників. Аналіз змісту ознак рівнобедреного і рівностороннього трикутників та рівності прямокутних трикутників. Розв'язування навчальних задач на застосування ознак трикутників. Дослідження можливостей існування трикутника за довжинами його сторін. Розгляд співвідношень між</p>

<p>мовлення і дотримуючись плану повідомлення; доцільно добирає математичні поняття, факти та послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій і одержання результату; пов'язує різні математичні знання і вміння, узагальнює їх, робить висновки.</p>	<p>похилих. <i>Практична робота:</i> побудова розгортки піраміди, в основі якої лежить прямокутник і квадрат, визначення та дослідження властивостей їхніх граней.</p>	<p>величинами сторін і кутів трикутника та величинами його сторін. Використання властивостей перпендикуляра і похилих для розв'язування задач. Проведення практичної роботи на побудову розгортки піраміди, в основі якої лежить прямокутник і квадрат, визначення та дослідження властивостей їхніх граней.</p>
---	---	--

Тема 5. Геометричне місце точок

<p>Учень / учениця: доцільно та правильно використовує математичну термінологію, символіку; виокремлює в конкретній проблемній ситуації її складові частини, що можуть бути розв'язані за допомогою властивостей хорд кола, властивості та ознаки бісектриси кута, властивості та ознаки серединного перпендикуляра до відрізка; приймає рішення щодо відбору даних, потрібних для розв'язання проблемної ситуації; використовує приладдя та інформаційно-комунікаційні технології для знаходження та представлення результату; визначає компоненти математичної</p>	<p>Поняття терміна «геометричне місце точок» та його сутність. Коло, властивості хорд кола. Взаємне розміщення прямої і кола. Дотична до кола та її властивості. Властивість та ознака бісектриси кута. Задачі на застосування властивості та ознаки бісектриси кута. Серединний перпендикуляр (медіатриса). Властивість та ознака серединного перпендикуляра до відрізка. Коло, описане навколо трикутника. Коло, вписане в трикутник. Взаємне розміщення двох кіл. Дослідження трикутників, вписаних у коло та описаних</p>	<p>Обговорення означення геометричного місця точок. Побудова кола за допомогою циркуля та обговорення розміщення його точок. Установлення властивостей хорд кола. Дослідження взаємного розміщення прямої і кола. Визначення особливої прямої – дотичної до кола та обговорення її властивості. Побудова бісектриси кута за допомогою транспортира та обговорення властивості та ознаки бісектриси кута. Розв'язування задач на застосування властивості та ознаки бісектриси кута. Застосування властивості та ознаки серединного перпендикуляра до відрізка в задачах. Дослідження взаємного розміщення двох кіл. Побудова кола, описаного навколо трикутника та кола, вписаного в трикутник. Дослідження для різних видів</p>
---	---	--

моделі проблемної ситуації, взаємозв'язки між ними та записує її.	навколо нього, щодо розміщення центрів відповідних кіл.	трикутників розміщення центрів кіл, вписаних у трикутник та описаних навколо нього.
Тема 6. Елементарні геометричні побудови		
<p>Учень / учениця: доцільно та правильно використовує математичну термінологію і символіку; виокремлює в конкретній проблемній ситуації її складові частини, що можуть бути розв'язані, користуючись відношенням чи відсотками; інтерпретує дані, оцінює достовірність даних, аналізує та систематизує пов'язані між собою дані, подає їх у різних формах; досліджує проблемну ситуацію, опираючись на джерела, розпізнає неповну інформацію, маніпулювання даними; використовує приладдя та інформаційно-комунікаційні технології для знаходження та представлення результату; передбачає можливість існування альтернативного варіанта розв'язання проблемної ситуації з урахуванням можливих ризиків.</p>	<p>Побудова суми і різниці двох відрізків. Побудова трикутника за трьома заданими сторонами. Побудова прямої, перпендикулярної до даної. Поділ відрізка навпіл. <i>Практична робота:</i> за перпендикулярними розрізами, зробленими в прямокутнику, скласти модель іншої фігури (танграми). Побудова бісектриси кута. Побудова кута, що дорівнює даному куту. Побудова прямої, паралельної даній прямій. <i>Практична робота:</i> за паралельними розрізами, зробленими в прямокутнику, скласти модель іншої фігури (танграми). Алгоритм розв'язування задач на побудову та форма його запису. Метод геометричних місць точок у задачах на побудову.</p>	<p>Проведення практичного навчання в групах щодо формування вміння здійснювати побудову: суми і різниці двох відрізків; трикутника за трьома заданими сторонами; прямої, перпендикулярної до даної; ділення заданого відрізка навпіл. Проведення практичної роботи, у якій треба зробити перпендикулярні розрізи в прямокутнику та скласти модель інших фігур (танграми). Проведення практичного навчання в групах щодо формування вміння здійснювати побудову: бісектриси даного кута; кута, що дорівнює даному; прямої, паралельної даній. Розв'язування задач на побудову (форма запису). Застосування методу геометричних місць точок у задачах на побудову.</p>

Тема 7. Узагальнення та систематизація набутих компетентностей з геометрії за 7 клас

<p>Учень / учениця: доцільно та правильно використовує математичну термінологію і символіку; виокремлює спільні ознаки проблемних ситуацій, для розв'язання яких можна застосувати подібні методи; пропонує ідеї щодо ходу розв'язання проблемної ситуації та вміння співпрацювати в команді; визначає компоненти математичної моделі проблемної ситуації, взаємозв'язки між ними, їх достатність для запису проблемної ситуації в математичному вигляді; шукає підходи та визначає власний спосіб розв'язання проблемної ситуації; приймає рішення щодо вибору раціонального способу розв'язання проблемної ситуації, виділяє і контролює проміжні результати; виправляє помилки, робить висновки на основі отриманих результатів, враховує ризики; пов'язує різні математичні знання і</p>	<p>Навчальні (опорні) задачі на застосування властивостей кутів, утворених перетином двох паралельних прямих третьою. <i>Практична робота:</i> встановлення перпендикулярності та паралельності двох прямих. Навчальні (опорні) задачі на застосування: - означень, властивостей, ознак до розв'язування задач на встановлення рівностей двох трикутників; - ознак рівності прямокутних трикутників; - властивостей та ознак рівнобедреного, рівностороннього та прямокутного трикутників; - властивостей кутів трикутника та його зовнішнього кута. Дослідження існування трикутника за довжинами його сторін. Дослідження ситуацій можливості перетину двох кіл. Навчальні (опорні) задачі на побудову. Навчальні (опорні) задачі, що</p>	<p>Розв'язування навчальних (опорних) задач на застосування властивостей кутів, утворених при перетині двох паралельних прямих третьою. Проведення практичної роботи на встановлення перпендикулярності та паралельності двох прямих за готовими моделями. Розв'язування навчальних (опорних) задач на застосування: означень, властивостей, ознак до розв'язування задач на встановлення рівностей двох трикутників; ознак рівності прямокутних трикутників; властивостей та ознак рівнобедреного, рівностороннього та прямокутного трикутників; властивостей кутів трикутника та його зовнішнього кута. Проведення дослідницької діяльності щодо визначення існування трикутника за довжинами його сторін. Проведення дослідницької діяльності щодо визначення можливостей перетину двох кіл. Розв'язування навчальних (опорних) задач на побудову. Розв'язування навчальних (опорних) задач, що поєднують декілька змістових ліній,</p>
---	---	--

вміння, узагальнює їх, робить висновки.	поєднують кілька змістових ліній курсу геометрії.	вивчених у курсі геометрії.
Тема 8. Проектна навчальна діяльність учнів / учениць, дослідження та презентація продукту дослідження		
<p>Учень / учениця: виокремлює простіші проблеми у складі пропонованої проблемної ситуації; представляє і поширює інформацію математичного змісту, висловлює власні судження; перетворює інформацію математичного змісту різними способами в різні форми, зокрема з використанням інформаційно-комунікаційних технологій; у співпраці з іншими особами планує дії та виявляє ініціативу щодо ходу розв'язання проблемної ситуації, спрямовані на якість її розв'язання; знаходить додаткові дані для вдосконалення моделі та враховує можливі ризики; пропонує альтернативні способи розв'язання проблемної ситуації, самостійно та в групі будує математичну модель проблемної ситуації;</p>	<p>Тематичні навчальні проекти, що описують реальні процеси в поєднанні з ключовими та освітніми компетентностями інших галузей за допомогою тем, вивчених у курсі геометрії 7 класу (елементарні геометричні фігури та їхні властивості; взаємне розміщення прямих на площині; трикутники, рівність трикутників, види трикутників; геометричне місце точок та інше), які моделюють предмети та явища навколишнього світу. Наприклад, проект «Досліджуємо паралельність (перпендикулярність) у застосуванні» або «Завжди поряд і ніколи разом (паралельність)», або «Досліджуємо, чому людина впевнено стоїть на землі і не падає?» можна реалізувати за допомогою геометричної теми «Взаємне розміщення прямих на площині», що демонструє застосування теми в</p>	<p>Організаційно-діагностичний етап проекту: обговорення кола ідей; організація та залучення учнів / учениць до об'єднань в активностях ведення дослідницької діяльності, спільної роботи в групах, спільного вирішення проблем, співпраця для досягнення цілей. Формувальний етап. Реалізація проекту: виконання процедури проектної індивідуальної та групової діяльності; «мініреферендуми», локалізація утруднень та вихід з утруднень та узагальнення в зовнішній мові; побудова тематичних навчальних проектів (презентацій, рефератів, моделей, виступів), якими описано реальні процеси в поєднанні з ключовими та освітніми компетентностями інших галузей за допомогою тем, вивчених у курсі геометрії в 7 класі чи проектів, які стосуються розширення знань про вивчені теми.</p>

<p>представляє результати розв'язання проблемної ситуації, наводить аргументи, формулює контраргументи, керуючи при цьому власними емоціями; приймає рішення щодо вибору раціонального способу розв'язання проблемної ситуації, виділяє і контролює проміжні результати.</p>	<p>практичних та життєвих ситуаціях. Тематичні навчальні проєкти можуть також мати дослідницьке спрямування щодо історії предмета, які стосуються виникнення геометрії, термінів, чи про життя геометрів. Ці проєкти можуть бути реферативними або інсценованими.</p>	<p>Підсумково-корегуючий етап: презентація проєкту; аналіз та обговорення ситуацій; рефлексія: самооцінювання власної діяльності, чи взаємооцінювання, за критеріями; співвідношення поставлених цілей із результатами діяльності. Реалізація п'яти «П» у проєкті: Проблема, Планування, Пошук інформації, Продукт, Презентація.</p>
8 клас		
Очікувані результати	Пропонований зміст	Види навчальної діяльності
Актуалізація досвіду та опорних знань з геометрії за 7 клас		
<p>Учень / учениця: доцільно та правильно використовує математичну термінологію і символіку, вивчені раніше поняття і факти; пропонує ідеї щодо ходу розв'язання проблемної ситуації та вміння співпрацювати в команді; визначає компоненти математичної моделі проблемної ситуації, взаємозв'язки між ними, їх достатність для запису проблемної ситуації в математичному вигляді; приймає рішення щодо відбору даних, потрібних для розв'язання проблемної ситуації;</p>	<p><i>Практична робота:</i> встановлення перпендикулярності та паралельності двох прямих за розгортками прямокутних паралелепіпедів, кубів, чотирикутних пірамід. Навчальні задачі на застосування: - властивостей кутів, утворених перетином двох паралельних прямих третьою; - ознак рівності прямокутних трикутників; - властивостей рівнобедреного, рівностороннього та прямокутного трикутників.</p>	<p>Проведення практичної роботи на встановлення перпендикулярності та паралельності двох прямих за готовими моделями розгорток. Розв'язування навчальних (опорних) задач на застосування властивостей кутів, утворених перетином двох паралельних прямих третьою. Розв'язування навчальних задач на застосування означень, властивостей, ознак до розв'язування задач на встановлення рівностей двох трикутників. Розв'язування навчальних задач на застосування: ознак рівності прямокутних трикутників; властивостей</p>

<p>шукає підходи та визначає власний спосіб розв'язання проблемної ситуації та прислухається до інших; будує математичну модель, використовуючи вирази, рівняння, таблиці, схеми, діаграми, графіки, рисунки та інші форми представлення моделі; висловлюється змістовно, точно, лаконічно, структуруючи власне мовлення і дотримуючись плану повідомлення.</p>	<p>Навчальні задачі на використання ознак рівності трикутників. Навчальні задачі на застосування властивостей кутів трикутника та його зовнішнього кута. Навчальні задачі на дослідження існування трикутника за довжинами його сторін. Навчальні задачі на дослідження перетину двох кіл. Навчальні задачі на елементарні геометричні побудови.</p>	<p>та ознак рівнобедреного, рівностороннього та прямокутного трикутників; властивостей кутів трикутника та його зовнішнього кута. Проведення дослідницької діяльності щодо визначення: існування трикутника за довжинами його сторін; можливостей перетину двох кіл. Розв'язування навчальних задач на побудову. Розв'язування навчальних задач, що поєднують декілька змістових ліній, вивчених у курсі геометрії.</p>
<p>Тема 1. Чотирикутники</p>		
<p>Учень / учениця: доцільно та правильно використовує математичну термінологію і символіку; читає та розуміє тексти математичного змісту, використовує математичні поняття і факти, пояснює їх застосування, наводить аргументи; використовує попередньо набуті знання і вміння в інших контекстах; встановлює залежність між елементами проблемної ситуації; виконує операції з математичними об'єктами і використовує різні форми</p>	<p>Загальні відомості про чотирикутники та їхні елементи. Сума кутів чотирикутника. Паралелограм та його властивості. Ознаки паралелограма. Навчальні задачі на застосування властивостей та ознак паралелограма. Задачі практичного змісту на застосування властивостей та ознак паралелограма. Окремі види паралелограмів: прямокутник, квадрат, ромб. Властивості прямокутника, квадрата, ромба.</p>	<p>Обговорення відомих відомостей про чотирикутники та їхні елементи та доповнення їх новими властивостями. Доведення теореми про суму внутрішніх кутів чотирикутника. Дослідження суми зовнішніх кутів чотирикутника, узятих по одному при кожній його вершині. Доведення властивостей та ознак паралелограма та окремих видів паралелограма: прямокутника, квадрата, ромба. Розв'язування навчальних задач на застосування властивостей та ознак паралелограма, прямокутника, квадрата, ромба. Розв'язування задач практичного</p>

<p>представлення інформації; доцільно добирає математичні поняття, факти та послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій і одержання результату; інтерпретує дані, оцінює достовірність даних, аналізує та систематизує пов'язані між собою дані, подає їх у різних формах; обґрунтовано пояснює хід своїх міркувань, аналізує і оцінює їх з огляду на доказовість; висловлюється змістовно, точно, лаконічно, структуруючи власне мовлення і дотримуючись плану повідомлення.</p>	<p>Навчальні задачі та задачі практичного змісту на застосування властивостей та ознак прямокутника, квадрата, ромба. Трапеція, окремі види трапецій. Властивості рівнобічної трапеції. Ознаки рівнобічної трапеції. Теорема Фалеса. Середня лінія трикутника, її властивості. Середня лінія трапеції, її властивості. Задачі практичного змісту на застосування властивостей середньої лінії трикутника та трапеції. [Задачі практичного змісту на доведення].</p>	<p>змісту на застосування властивостей та ознак паралелограма, прямокутника, квадрата, ромба. Обговорення відомих відомостей про трапецію, її елементи, види та доповнення їх новими властивостями та ознаками. Доведення теореми Фалеса та обговорення її застосування. Обговорення означення середньої лінії трикутника та трапеції. Застосування властивостей середньої лінії трикутника та трапеції в задачах. Розв'язування задач практичного змісту на застосування властивостей та ознак трапеції, середніх ліній трикутника та трапеції.</p>
Тема 2. Вписані й описані чотирикутники		
<p>Учень / учениця: доцільно та правильно використовує математичну термінологію, символіку; виокремлює спільні ознаки проблемних ситуацій, для розв'язання яких можна застосувати подібні методи; аналізує дані та невідомі елементи проблемної ситуації, визначає їх</p>	<p>Розширення поняття кута. Кругові діаграми. Центральний кут. Градусна міра дуги кола. Вписаний кут та його властивості. Властивості хорд та їхніх дуг. Вимірювання кутів, утворених хордами, січними та дотичними. Чотирикутники, вписані в коло.</p>	<p>Обговорення ситуацій, коли градусна міра суми кутів, менших від розгорнутого, перебільшить. Побудова кругових діаграм за градусною мірою кута. Обговорення означення центрального кута, визначення його градусної міри та властивості рівних дуг, що стягуються рівними хордами. Обговорення означення вписаного кута</p>

<p>достатність чи надлишковість; прогнозує наявність кількох варіантів розв'язання та можливі форми представлення результату, формулює результати розв'язання проблемної ситуації; приймає рішення щодо вибору раціонального способу розв'язання проблемної ситуації, виділяє і контролює проміжні результати; виправляє помилки, робить висновки на основі отриманих результатів.</p>	<p>Властивість і ознака чотирикутника, вписаного в коло. Чотирикутники, описані навколо кола. Властивість і ознака чотирикутника, описаного навколо кола. [Теорема Птолемея про взаємозв'язок діагоналей та сторін чотирикутника, вписаного в коло].</p>	<p>та його властивостей. Розв'язування навчальних задач про вписаний і центральні кути. Визначення способу вимірювання кутів, утворених хордами, січними та дотичними, у залежності від розміщення його вершини. Доведення властивостей чотирикутника, вписаного в коло, та описаного навколо нього. Вписані чотирикутники та суми їхніх протилежних кутів у задачах. Описані чотирикутники та суми їхніх протилежних сторін в задачах.</p>
--	--	---

Тема 3. Подібність трикутників

<p>Учень / учениця: доцільно та правильно використовує математичну термінологію і символіку; виокремлює спільні ознаки проблемних ситуацій, щоб їх розв'язати відомими методами; аналізує дані та невідомі елементи проблемної ситуації, визначає їх достатність чи надлишковість; інтерпретує дані, оцінює достовірність даних, аналізує та приймає рішення щодо вибору раціонального способу розв'язання проблемної ситуації, виділяє і контролює проміжні результати;</p>	<p>Пропорційні відрізки. Узагальнена теорема Фалеса. Подібність трикутників. Властивості подібних трикутників. Ознаки подібності трикутників. Подібність прямокутних трикутників. Середні пропорційні відрізки в прямокутному трикутнику. Задачі практичного змісту на застосування подібності трикутників. Властивість бісектриси трикутника. Властивості медіан трикутника. Властивість медіани прямокутного</p>	<p>Доведення теореми про пропорційні відрізки, обговорення її наслідків. Практичне виконання поділу відрізка на n рівних частин за допомогою узагальненої теореми Фалеса. Обговорення означення подібності трикутників, їхніх властивостей та ознак. Розв'язування навчальних задач на застосування властивостей та ознак подібності трикутників. Обговорення ознак подібності прямокутних трикутників. Розв'язування практичних задач на застосування властивостей і ознак подібності трикутників та властивостей середніх пропорційних відрізків у прямокутному трикутнику. Застосування</p>
---	---	--

<p>виправляє помилки, робить висновки на основі отриманих результатів; встановлює аналогію між результатом запропонованої та результатом відомої проблемної ситуації; обґрунтовано пояснює хід своїх міркувань, аналізує і оцінює їх з огляду на доказовість.</p>	<p>трикутника, проведеної до гіпотенузи. Метод подібності в задачах про трапецію. <i>Практична робота:</i> вимірювання на місцевості та геометричне моделювання життєвої задачі. [Точки і коло Ейлера, пряма Ейлера].</p>	<p>методу подібності в задачах про трапецію. Застосування властивостей бісектриси та медіани в трикутниках для розв'язування навчальних задач. Проведення практичної роботи з вимірюваннями на місцевості, геометричне моделювання ситуацій та розв'язання життєвих задач.</p>
<p>Тема 4. Розв'язування прямокутних трикутників</p>		
<p>Учень / учениця: доцільно та правильно використовує математичну термінологію і символіку; аналізує дані та невідомі елементи проблемної ситуації, визначає їх достатність чи надлишковість; прогнозує наявність кількох варіантів розв'язання та можливі форми представлення результату, формулює результати розв'язання проблемної ситуації; представляє результати розв'язання проблемної ситуації, наводить аргументи, формулює контраргументи,</p>	<p>Тригонометричні співвідношення в прямокутному трикутнику: синус, косинус і тангенс його гострого кута. Значення синуса, косинуса, тангенса деяких кутів. Побудова кута за значенням синуса, косинуса, тангенса. Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника. Основні тригонометричні тотожності. Теорема Піфагора. Застосування теореми Піфагора та її наслідків для розв'язування задач практичного змісту. Властивості</p>	<p>Практичне дослідження прямокутних трикутників із різними довжинами сторін та гострими кутами 30° і 60°. Обговорення означень тригонометричних функцій (синус, косинус і тангенс). Знаходження значення тригонометричних функцій деяких кутів. Побудова кута за значенням синуса, косинуса, тангенса. Виведення співвідношення між тригонометричними функціями одного й того самого кута. Доведення теореми Піфагора, обговорення наслідків з неї та обговорення розв'язання опорних задач. Розв'язування навчальних задач</p>

<p>керуючи при цьому власними емоціями; знаходить додаткові дані для вдосконалення моделі та враховує можливі ризики; виявляє ініціативу та пропонує ідеї щодо ходу розв'язання проблемної ситуації; приймає рішення щодо вибору раціонального способу розв'язання проблемної ситуації, виділяє і контролює проміжні результати; виправляє помилки, робить висновки на основі отриманих результатів; обґрунтовано пояснює хід своїх міркувань, аналізує і оцінює їх з огляду на доказовість.</p>	<p>перпендикуляра і похилих, які проведено з тієї ж точки до прямої. Застосування теореми Піфагора та властивостей похилих до розв'язування задач практичного змісту. Розв'язування прямокутних трикутників. Застосування правил виконання дій з наближеними числами в геометричних задачах. Синус, косинус, тангенс гострого кута в задачах практичного змісту. [Цілочислові трикутники, «піфагорові» трійки; формула: $(2n)^2 + (n^2 - 1)^2 = (n^2 + 1)^2$, де $n \in N$]. [Метод подібності і метричні співвідношення в колі].</p>	<p>на застосування теореми Піфагора та задач практичного змісту. Розв'язування прямокутних трикутників за відомими двома сторонами. Розв'язування прямокутних трикутників за відомою стороною та гострим кутом. Розв'язування прямокутних трикутників за відомими проєкціями катетів на гіпотенузу. Розв'язування задач практичного змісту та виконання дій з наближеними числами.</p>
Тема 5. Многокутники. Площі многокутників		
<p>Учень / учениця: доцільно та правильно використовує математичну термінологію і символіку; аналізує дані та невідомі елементи проблемної ситуації, визначає їх достатність чи надлишковість;</p>	<p>Многокутник, його елементи. Опуклий і неопуклий многокутники. Сума кутів опуклого n-кутника. Зовнішній кут опуклого многокутника. Сума зовнішніх кутів опуклого многокутника, узятих по одному при кожній вершині.</p>	<p>Обговорення відомостей про многокутник, його елементи, властивості та доповнення їх новими. Встановлення різниці між опуклим і неопуклим многокутниками. Доведення теорем про суму градусних мір кутів опуклого многокутника, який має n</p>

<p>прогнозує наявність кількох варіантів розв'язання та можливі форми представлення результату, формулює результати розв'язання проблемної ситуації; представляє результати розв'язання проблемної ситуації, наводить аргументи, формулює контраргументи, керуючи при цьому власними емоціями; знаходить додаткові дані для вдосконалення моделі та враховує можливі ризики; здійснює перехід від абстрактного до конкретного і навпаки; виявляє ініціативу та пропонує ідеї щодо ходу розв'язання проблемної ситуації; приймає рішення щодо вибору раціонального способу розв'язання проблемної ситуації, виділяє і контролює проміжні результати; виправляє помилки, робить висновки на основі отриманих результатів.</p>	<p>Многокутник, вписаний у коло. Многокутник, описаний навколо кола. Поняття площі фігури. Основні властивості площі. Площа окремих видів многокутника: прямокутника, квадрата, паралелограма, ромба. Задачі практичного змісту на обчислення площ прямокутника, квадрата, паралелограма, ромба. Площа трикутника. Задачі практичного змісту на обчислення площі трикутника. Площа трапеції. Навчальні задачі на знаходження площі трикутника. Співвідношення між сторонами і висотами в паралелограмі і трикутнику. Задачі практичного змісту на обчислення площі трапеції. [Рівноскладеність многокутників та їх рівновеликість (рівність площ). Теорема Евкліда про суму площ подібних многокутників].</p>	<p>вершин, та суму градусних мір зовнішніх кутів опуклого многокутника, узятих по одному при кожній вершині. Обговорення означень многокутника, вписаного в коло, та многокутника, описаного навколо кола; їхні властивості. Обговорення геометричного поняття «площа» та її основних властивостей. Виведення формул площі окремих видів многокутника (прямокутника, квадрата, паралелограма, ромба) та знаходження їхніх значень у задачах. Задачі практичного змісту на обчислення площ прямокутника, квадрата, паралелограма, ромба. Виведення формул площі трикутника. Розв'язування навчальних задач на знаходження площі трикутника. Розв'язування практичних задач на обчислення площі трикутника. Виведення формул площі трапеції та їх застосування в навчальних задачах. Організація практичної роботи на обчислення площі трапеції.</p>
<p>Тема 6. Узагальнення та систематизація набутих у 8 класі предметних компетентностей</p>		

<p>Учень / учениця: виокремлює спільні ознаки проблемних ситуацій, для розв'язання яких можна застосувати подібні методи; представляє результати розв'язання проблемної ситуації, наводить аргументи, формулює контраргументи, керуючи при цьому власними емоціями; знаходить додаткові дані для вдосконалення моделі та враховує можливі ризики; у співпраці з іншими особами планує дії та виявляє ініціативу щодо ходу розв'язання проблемної ситуації, спрямовані на якість її розв'язання; знаходить додаткові дані для вдосконалення моделі та враховує можливі ризики; встановлення певних припущень; приймає рішення щодо вибору раціонального способу розв'язання проблемної ситуації, виділяє і контролює проміжні результати; виправляє помилки, робить висновки на основі отриманих</p>	<p>Навчальні (опорні) задачі на застосування: - властивостей вписаних та центральних кутів; - властивостей чотирикутників, вписаних у коло та описаних навколо кола; - властивостей медіан та бісектрис трикутника; - теореми Піфагора та властивостей похилих. Навчальні (опорні) задачі на встановлення: - подібності трикутників та метричні співвідношення в прямокутному трикутнику; - певних лінійних величин у чотирикутниках. Навчальні (опорні) задачі на розв'язування трикутників за допомогою співвідношень між сторонами і кутами прямокутного трикутника. Навчальні (опорні) задачі на знаходження площ окремих видів чотирикутників та трикутників. Задачі, що поєднують декілька</p>	<p>Розв'язування навчальних задач на застосування властивостей вписаних та центральних кутів. Розв'язування навчальних задач на застосування властивостей чотирикутників, вписаних у коло та описаних навколо кола. Розв'язування навчальних задач на встановлення подібності трикутників. Розв'язування навчальних задач на застосування властивостей медіан та бісектрис трикутника. Розв'язування навчальних задач на встановлення певних лінійних величин у чотирикутниках. Розв'язування навчальних задач на застосування перпендикуляра, похилої, їхніх властивостей та теореми Піфагора. Розв'язування навчальних задач на пошук величин трикутника за допомогою тригонометричних функцій. Розв'язування навчальних задач на знаходження площ окремих видів чотирикутників та трикутників. Розв'язування навчальних задач, що поєднують декілька змістових ліній, вивчених у курсі геометрії.</p>
---	--	---

результатів, враховує ризики.	змістових ліній, вивчених у курсі геометрії.	
Тема 7. Проектна навчальна діяльність учнів / учениць 8 класу, дослідження та презентація продукту дослідження		
<p>Учень / учениця: виокремлює простіші проблеми у складі пропонованої проблемної ситуації; представляє і поширює інформацію математичного змісту, висловлює власні судження; перетворює інформацію математичного змісту різними способами в різні форми, зокрема з використанням інформаційно-комунікаційних технологій; у співпраці з іншими особами планує дії та виявляє ініціативу щодо ходу розв'язання проблемної ситуації, спрямовані на якість її розв'язання; пропонує альтернативні способи розв'язання проблемної ситуації, самостійно та в групі будує математичну модель проблемної ситуації; знаходить додаткові дані для вдосконалення моделі та враховує</p>	<p>Тематичні навчальні проекти, які описують реальні процеси в поєднанні з ключовими та освітніми компетентностями інших галузей за допомогою тем, вивчених у курсі геометрії 8 класу (чотирикутники, застосування властивостей кутів, сторони яких перетинають коло; подібність трикутників (прямокутних трикутників); розв'язування прямокутних трикутників; площі многокутників та інше), які моделюють предмети і явища навколишнього світу. Наприклад, проект «Жорсткість трикутника у будівництві» або «Трикутник у духовності людини» можна реалізувати за допомогою геометричної теми «Трикутники. Подібність трикутників», що демонструє застосування теми в практичних та життєвих ситуаціях. Тематичні навчальні проекти можуть також мати дослідницьке</p>	<p>Організаційно-діагностичний етап проекту: обговорення кола ідей; організація та залучення учнів / учениць до об'єднань в активностях ведення дослідницької діяльності, спільної роботи в групах, спільного вирішення проблем, співпраця для досягнення цілей. Формувальний етап. Реалізація проекту: виконання процедури проектної індивідуальної та групової діяльності; «мініреферендуми», локалізація утруднень та вихід з утруднень та узагальнення в зовнішній мові; побудова тематичних навчальних проектів (презентацій, рефератів, моделей, виступів), якими описано реальні процеси в поєднанні з ключовими та освітніми компетентностями інших галузей за допомогою тем, вивчених у курсі геометрії у 8 класі чи проектів, які стосуються розширення знань про вивчені теми.</p>

<p>можливі ризики; представляє результати розв'язання проблемної ситуації, наводить аргументи, формулює контраргументи, керуючи при цьому власними емоціями; приймає рішення щодо вибору раціонального способу розв'язання проблемної ситуації, виділяє і контролює проміжні результати.</p>	<p>спрямування щодо відомостей з історії виникнення геометрії, її термінології, життя та діяльності осіб, які вплинули на розвиток геометрії. Такі проекти можуть бути реферативними або інсценованими.</p>	<p>Підсумково-корегуючий етап: презентація проекту; аналіз та обговорення ситуацій; рефлексія: самооцінювання власної діяльності, чи взаємооцінювання, за критеріями; співвідношення поставлених цілей із результатами діяльності. Реалізація п'яти «П» у проекті: Проблема, Планування, Пошук інформації, Продукт, Презентація.</p>
--	---	---

9 клас

Очікувані результати	Пропонований зміст	Види навчальної діяльності
-----------------------------	---------------------------	-----------------------------------

Актуалізація досвіду та опорних знань з геометрії за 8 клас

<p>Учень / учениця: доцільно та правильно використовує математичну термінологію і символіку, вивчені раніше поняття і факти; визначає компоненти математичної моделі проблемної ситуації, взаємозв'язки між ними та їх достатність для запису моделі; приймає рішення щодо відбору даних, потрібних для розв'язання проблемної ситуації; здійснює перехід від абстрактного до конкретного і навпаки; пропонує альтернативні способи</p>	<p>Навчальні задачі на застосування: - властивостей вписаних та центральних кутів, властивостей чотирикутників, вписаних у коло та описаних навколо кола; - властивостей медіан та бісектрис трикутника; - теореми Піфагора та властивостей похилих. Навчальні задачі на встановлення: - подібності трикутників та метричні співвідношення в прямокутному трикутнику; певних лінійних величин у чотирикутниках.</p>	<p>Розв'язування задач на застосування властивостей вписаного в коло чотирикутника та описаного навколо нього. Організація виконання практичної роботи із застосуванням подібності трикутників. Розв'язування задач: - на встановлення пропорційних зв'язків між сторонами подібних трикутників; - на використання властивостей, ознак медіани та бісектрис трикутника; - практичного змісту на знаходження довжини перпендикуляра та похилої із застосуванням теореми Піфагора; - на визначення невідомих сторін і кутів</p>
---	--	---

<p>розв'язання проблемної ситуації, самостійно та в групі будує математичну модель проблемної ситуації; шукає підходи та визначає власний спосіб розв'язання проблемної ситуації та прислухається до інших; доречно добирає математичний апарат для побудови моделі.</p>	<p>Навчальні задачі на розв'язування трикутників за допомогою співвідношень між сторонами і кутами прямокутного трикутника. Навчальні задачі на знаходження площ окремих видів чотирикутників та трикутників. Задачі, що поєднують декілька змістових ліній, вивчених у курсі геометрії.</p>	<p>прямокутного трикутника за допомогою співвідношень. Повторення вивченого про площу чотирикутників, одиниць вимірювання площі та переведення їх з одних в інші. Розв'язування компетентнісно орієнтованих задач на обчислення площ чотирикутників. Виконання практичної роботи на знаходження площ чотирикутників.</p>
Тема 1. Координатна площина. Координати на площині		
<p>Учень / учениця: доцільно та правильно використовує математичну термінологію і символіку; виокремлює спільні ознаки проблемних ситуацій, щоб її розв'язати відомими методами; використовує попередньо набуті знання і вміння в інших контекстах; аналізує дані та невідомі елементи проблемної ситуації, визначає їх достатність чи надлишковість; прогнозує наявність кількох варіантів розв'язання та можливі форми представлення результату, формулює результати розв'язання</p>	<p>Декартова система координат. Відстань між двома точками із заданими координатами. Довжина відрізка за заданими координатами його кінців. Координати середини відрізка. [Координати точки, яка ділить відрізок у заданому відношенні]. Рівняння кола. Рівняння прямої. Загальне рівняння прямої, рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом та рівняння прямої, що проходить через дві точки. [Умова належності трьох точок одній прямій]. Взаємне розміщення двох прямих на площині: паралельні,</p>	<p>Відтворення вміння знаходити координати точок у декартовій системі координат та будувати точки за даними координатами. Розв'язування задач на знаходження відстані між двома точками координатної площини. Перевірка належності точок колу, прямій. Відтворення рівняння кола за зображенням, та елементів кола за його рівнянням. Обговорення виглядів рівняння прямої та умови належності трьох точок одній прямій. Дослідження взаємного розміщення двох прямих на координатній площині. Розв'язування навчальних задач на: знаходження координат середини відрізка за відомими координатами його кінців;</p>

<p>проблемної ситуації; відображає в зручній для сприйняття формі результати розв'язання проблемної ситуації, зокрема з використанням інформаційно-комунікаційних технологій; інтерпретує дані, оцінює достовірність даних, аналізує та систематизує пов'язані між собою дані, подає їх у різних формах; обґрунтовано пояснює хід своїх міркувань, аналізує і оцінює їх з огляду на доказовість.</p>	<p>перпендикулярні прямі. [Рівняння прямої у відрізках]. Синус, косинус, тангенс кутів від 0° до 180°. Тотожності: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha;$ $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha.$ Метод координат як засіб розв'язування геометричних задач Задачі на дослідження геометричного місця точок за допомогою алгебраїчного моделювання.</p>	<p>визначення координат одного з кінців за відомими координатами іншого кінця та середини відрізка; знаходження рівняння прямої, що проходить через дві точки; визначення взаємного розміщення прямих на координатній площині. Розв'язування задач на використання синуса, косинуса, тангенса кутів від 0° до 180°. Розв'язування задач на дослідження геометричного місця точок за допомогою алгебраїчного моделювання.</p>
Тема 2. Вектори на площині		
<p>Учень / учениця: доцільно добирає математичні поняття, факти та послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій і одержання результату; відображає у зручній для сприйняття формі результати розв'язання проблемної ситуації, зокрема з використанням інформаційно-комунікаційних технологій; інтерпретує дані, оцінює достовірність даних, аналізує та систематизує пов'язані між собою дані, подає їх у</p>	<p>Поняття про вектор як геометричну фігуру. Початок і кінець вектора. Модуль і напрям вектора. Нульовий вектор. Рівність векторів. Колінеарність векторів. Правила додавання (віднімання) векторів та множення вектора на число геометричним способом. Координати вектора. Формула обчислення модуля вектора. Колінеарність та рівність векторів,</p>	<p>Обговорення поняття «вектор», векторні та скалярні величини. Зображення та позначення векторів, визначення рівності векторів. Застосування правил додавання (віднімання) векторів, множення вектора на число геометричним способом. Практична робота побудови суми / різниці векторів та множення вектора на число геометричним способом. Введення вектора координатним способом, побудова вектора за його координатами, знаходження координат вектора за відомими координатами його початку і</p>

<p>різних формах; визначає компоненти математичної моделі проблемної ситуації, взаємозв'язки між ними, їх достатність для запису проблемної ситуації в математичному вигляді; приймає рішення щодо вибору раціонального способу розв'язання проблемної ситуації, виділяє і контролює проміжні результати; обґрунтовано пояснює хід своїх міркувань, аналізує і оцінює їх з огляду на доказовість.</p>	<p>які задано координатами. Додавання й віднімання векторів, які задані координатами. Множення вектора, який заданий координатами, на число. Кут між векторами. Скалярний добуток векторів та його властивості. Умова перпендикулярності двох векторів. Векторний метод як засіб розв'язування геометричних задач. [Розкладання вектора за двома неколінеарними векторами].</p>	<p>кінця. Визначення довжини (модуля) вектора за його координатами. Встановлення колінеарності векторів за допомогою координат векторів та їхніх зображень. Розв'язування навчальних задач на дії з векторами. Обговорення поняття скалярного добутку векторів, заданих координатами. Доведення теореми про скалярний добуток векторів. Розв'язування задач на знаходження кута між векторами. Аналізування ситуації перпендикулярності векторів. Розв'язування задач векторним методом.</p>
Тема 3. Розв'язування трикутників		
<p>Учень / учениця: доцільно та правильно використовує математичну термінологію і символіку; виокремлює спільні ознаки проблемних ситуацій, щоб їх розв'язати відомими методами; аналізує дані та невідомі елементи проблемної ситуації, визначає їх достатність чи надлишковість; встановлює аналогію між результатом запропонованої та результатом відомої проблемної ситуації; приймає рішення щодо вибору</p>	<p>Теорема синусів та наслідки з неї. Теорема косинусів та наслідки з неї. Розв'язування трикутників за допомогою теорем синусів і косинусів та наслідків з них. Задачі практичного змісту на застосування теорем синусів і косинусів. Властивість сторін і діагоналей паралелограма. Формула $a = 2R \cdot \sin\alpha$. Формула довжини медіани через сторони трикутника.</p>	<p>Опрацювання змісту теорем синусів та косинусів. Розв'язування навчальних задач на визначення невідомих сторін та кутів трикутника за допомогою теорем синусів, косинусів та їх наслідків. Практична робота на розв'язування трикутників, елементи яких розміщені у важкодоступних місцях, за допомогою теорем синусів, косинусів та їх наслідків. Вивчення формули на встановлення взаємозв'язку між сторонами та</p>

<p>раціонального способу розв'язання проблемної ситуації, виділяє і контролює проміжні результати; виправляє помилки, робить висновки на основі отриманих результатів; обґрунтовано пояснює хід своїх міркувань, аналізує і оцінює їх з огляду на доказовість; пов'язує різні математичні знання і вміння, узагальнює їх, робить висновки.</p>	<p>Формули для обчислення площі трикутника. Формула Герона. Формула для обчислення площі чотирикутника через діагоналі та кут між ними. Задачі практичного змісту на обчислення площі фігур. Задачі, що поєднують зміст кількох змістових ліній, вивчених у курсі геометрії. [Теорема Чеви].</p>	<p>діагоналями паралелограма, визначення площі трикутника та паралелограма за двома сторонами та кутом між ними. Обговорення під час розв'язування задач змісту та застосування розширеної теореми синусів:</p> $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$ <p>Розв'язування навчальних задач на застосування різних формул для обчислення площі трикутника в залежності від умови задачі.</p>
<p>Тема 4. Правильні многокутники. Довжина кола. Площа круга</p>		
<p>Учень / учениця: доцільно та правильно використовує попередньо набуті знання і вміння в інших контекстах; виокремлює спільні ознаки проблемних ситуацій, щоб їх розв'язати відомими методами; досліджує проблемну ситуацію, використовуючи різноманітні інформаційні джерела; визначає компоненти математичної моделі проблемної ситуації, взаємо-</p>	<p>Правильні многокутники, їхні види та властивості. Правильні многокутники, вписані в коло. Правильний многокутник, описаний навколо кола. Співвідношення між стороною правильного многокутника і радіусами вписаного в нього та описаного навколо нього кіл. Довжина кола. Довжина дуги кола. Площа круга та його частин (кругового сектора та сегмента).</p>	<p>Розв'язування навчальних задач на визначення градусної міри кутів правильного многокутника. Моделювання таблицею значення радіуса кола та сторони правильного n-кутника ($n = 3, n = 4, n = 6$). Розв'язування задач практичного змісту на встановлення взаємозв'язку між радіусом кола та площею правильного многокутника, вписаного (описаного). Вивчення понять «довжина кола» і «довжина дуги кола». Розв'язування</p>

<p>зв'язки між ними, їх достатність для запису проблемної ситуації в математичному вигляді; приймає рішення щодо вибору раціонального способу розв'язання проблемної ситуації, виділяє і контролює проміжні результати.</p>	<p>Розгортка циліндра. Площа поверхні циліндра. [Нерівність Птолемея про взаємозв'язок діагоналей опуклого чотирикутника та його сторін. Число, що визначає золотий переріз].</p>	<p>навчальних задач на довжину кола та площу круга. Оцінювання ризиків точності знаходження радіуса кола за відомою довжиною кола. Практична робота на визначення площі поверхні циліндра за його розгорткою.</p>
<p>Тема 5. Перетворення фігур</p>		
<p>Учень / учениця: доцільно та правильно виокремлює в конкретній проблемній ситуації її складові частини, що можуть бути розв'язані математичними методами; досліджує проблемну ситуацію, використовуючи різноманітні інформаційні джерела; інтерпретує дані, оцінює достовірність даних, аналізує та систематизує пов'язані між собою дані, подає їх у різних формах; представляє результати розв'язання проблемної ситуації, наводить аргументи, формулює контраргументи, керуючи при цьому власними</p>	<p>Поняття про перетворення фігур. Переміщення (рух) та його властивості. Рівність фігур. Паралельне перенесення. Властивості паралельного перенесення. Поворот. Симетрія відносно точки. Симетрія відносно прямої. Перетворення симетрії на координатній площині (осьова та центральна симетрії). Задачі практичного змісту на перетворення симетрії. Перетворення подібності та його властивості. Подібність фігур. Площі подібних фігур.</p>	<p>Обговорення означень основних понять перетворення фігур: «переміщення», «паралельне перенесення», «поворот», «симетрія» та їх геометрична інтерпретація. Обговорення властивостей руху та симетрії відносно точки і прямої. Наведення прикладів симетрії. Практична робота на побудову фігур, симетричних даним відносно точки і прямої. Розв'язування задач на перетворення симетрії на координатній площині. Описання перетворення повороту та паралельного перенесення. Оцінювання ризиків при побудові подібних фігур в залежності від коефіцієнта подібності. Розв'язування задач на обчислення площ подібних багатокутників.</p>

емоціями.		
Тема 6. Початкові відомості зі стереометрії		
<p>Учень / учениця: доцільно та правильно використовує математичну термінологію і символіку; виокремлює спільні ознаки проблемних ситуацій, для розв'язання яких можна застосувати подібні методи; виокремлює в конкретній проблемній ситуації її складові частини, що можуть бути розв'язані математичними методами; досліджує проблемну ситуацію, використовуючи різноманітні інформаційні джерела; визначає компоненти математичної моделі проблемної ситуації, взаємозв'язки між ними, їх достатність для запису проблемної ситуації в математичному вигляді; приймає рішення щодо відбору даних, потрібних для розв'язання проблемної ситуації, які можуть мати деякі обмеження або потребують</p>	<p>Многогранники та тіла обертання. Поняття повної і бічної поверхні прямокутного паралелепіпеда. <i>Практична робота:</i> виготовлення паперових моделей прямокутного паралелепіпеда, куба та визначення за ними площ їхніх бічної та повної поверхонь. Дослідження за моделлю прямокутного паралелепіпеда розміщення в просторі двох прямих, прямої і площини, двох площин, перпендикуляра до площини. Пряма призма, основою якої є трикутник, паралелограм, ромб, трапеція; формули площ її бічної та повної поверхонь. Циліндр, формули площ його бічної та повної поверхонь. Правильна піраміда, формули площ її бічної та повної поверхонь. Конус, формули площ його бічної та повної поверхонь. <i>Практична робота:</i> виготовлення паперових моделей призми,</p>	<p>Відтворення відомих відомостей про многогранники. Введення поняття повної і бічної поверхні прямокутного паралелепіпеда, виведення формул бічної і повної його поверхні. Дослідження за моделлю прямокутного паралелепіпеда розміщення в просторі двох прямих, прямої і площини, двох площин, перпендикуляра до площини. Організація роботи в групах з метою спільного обговорення формул знаходження площ бічної та повної поверхонь прямої призми, піраміди, циліндра та конуса. Аналіз змісту їхніх формул: порівняння спільного й різного в них. Проведення практичної роботи по виготовленню паперових моделей у формі: прямої призми, піраміди, циліндра та конуса. Визначення, користуючись моделями та необхідними приладами, площі повної та бічної поверхні. Розв'язування задач на знаходження площі бічної та повної поверхні прямої призми, піраміди, циліндра та конуса.</p>

<p>встановлення певних припущень; приймає рішення щодо вибору раціонального способу розв'язання проблемної ситуації, виділяє і контролює проміжні результати; виправляє помилки, робить висновки на основі отриманих результатів, враховує ризики.</p>	<p>циліндра, піраміди, конуса. Визначення за ними площ їхніх бічної та повної поверхонь. Обчислення за формулами об'ємів призм, пірамід, циліндрів, конусів. Куля і сфера, площа поверхні кулі (сфери), об'єм кулі. Приклади матеріальних куль.</p>	<p>Розв'язування задач на застосування формул об'єму призми, піраміди, циліндра, конуса та обчислення їхніх значень. Окреме обговорення кулі, площі поверхні кулі (сфери) та розв'язування задач на обчислення площі сфери. Приклади матеріальних куль.</p>
<p>Тема 7. Узагальнення та систематизація набутих предметних компетентностей у 9 класі та за цикл базового предметного навчання в 7–9 класах</p>		
<p>Учень / учениця: доцільно та правильно використовує математичну термінологію і символіку; виокремлює в конкретній проблемній ситуації її складові частини, що можуть бути розв'язані математичними методами; визначає компоненти математичної моделі проблемної ситуації, взаємозв'язки між ними, їх достатність для запису проблемної ситуації в математичному вигляді; приймає рішення щодо відбору даних, потрібних для розв'язання проблемної ситуації, які можуть мати деякі обмеження або потребують встановлення певних припущень;</p>	<p>Навчальні (опорні) задачі на застосування: властивостей суміжних і вертикальних кутів та ознак паралельності прямих; ознак рівності і подібності трикутників; нерівності трикутника; властивостей вписаних та центральних кутів; властивостей чотирикутників, вписаних у коло та описаних навколо кола; властивостей медіан та бісектрис трикутника; теореми Піфагора та властивостей похилих. Навчальні (опорні) задачі на встановлення подібності трикутників. Навчальні (опорні) задачі на</p>	<p>Розв'язування навчальних задач на застосування властивостей суміжних та вертикальних кутів, ознаки паралельності двох прямих. Розв'язування навчальних задач на застосування ознак рівності і подібності трикутників. Розв'язування навчальних задач на застосування нерівності трикутника. Розв'язування навчальних задач на застосування властивостей вписаних та центральних кутів. Розв'язування навчальних задач на застосування властивостей чотирикутників, вписаних у коло та описаних навколо кола. Розв'язування навчальних задач на встановлення подібності трикутників. Навчальні</p>

<p>приймає рішення щодо вибору раціонального способу розв'язання проблемної ситуації, виділяє і контролює проміжні результати;</p> <p>виправляє помилки, робить висновки на основі отриманих результатів;</p> <p>здійснює перехід від абстрактного до конкретного і навпаки;</p> <p>знаходить додаткові дані для вдосконалення моделі та враховує можливі ризики;</p> <p>перетворює інформацію математичного змісту різними способами в різні форми, зокрема з використанням інформаційно-комунікаційних технологій;</p> <p>досліджує проблемну ситуацію, використовуючи різноманітні інформаційні джерела;</p> <p>виправляє помилки, робить висновки на основі отриманих результатів, враховує ризики.</p>	<p>знаходження певних лінійних величин у чотирикутниках.</p> <p>Навчальні (опорні) задачі на розв'язування прямокутних трикутників за допомогою синуса, косинуса, тангенса гострого кута.</p> <p>Навчальні (опорні) задачі на знаходження: площ окремих видів чотирикутників, трикутників, подібних фігур; відстані між двома точками, які задано координатами, модуля вектора, заданого координатами, та визначення кута між двома векторами.</p> <p>Навчальні (опорні) задачі на розв'язування трикутників із застосуванням теорем синусів, косинусів та наслідків з них.</p> <p>Задачі, що поєднують декілька змістових ліній, вивчених у курсі геометрії.</p>	<p>(опорні) задачі на застосування властивостей медіан та бісектрис трикутника. Розв'язування навчальних задач на встановлення певних лінійних величин у чотирикутниках.</p> <p>Розв'язування навчальних задач на застосування перпендикуляра, похилої, їхніх властивостей та теореми Піфагора.</p> <p>Розв'язування навчальних задач на пошук величин трикутника за допомогою тригонометричних функцій.</p> <p>Розв'язування навчальних задач на знаходження площ окремих видів чотирикутників та трикутників, площ подібних фігур. Розв'язування трикутників за окремими їхніми даними. Розв'язування навчальних задач на знаходження відстані між двома точками, які задано координатами; модуля вектора та кута між двома векторами, заданих координатами. Розв'язування трикутників та навчальних задач, що поєднують декілька змістових ліній, вивчених у курсі геометрії.</p>
<p align="center">Тема 8. Проектна навчальна діяльність учнів / учениць 9 класу,</p>		

дослідження та презентація продукту дослідження

<p>Учень / учениця: виокремлює простіші проблеми у складі пропонованої проблемної ситуації; визначає, описує та аналізує зв'язки між математичними об'єктами та об'єктами реального світу, а також між математичними об'єктами; перетворює інформацію математичного змісту різними способами в різні форми, зокрема з використанням інформаційно-комунікаційних технологій; у співпраці з іншими особами планує дії та виявляє ініціативу щодо ходу розв'язання проблемної ситуації, спрямовані на якість її розв'язання; пропонує альтернативні способи розв'язання проблемної ситуації, самостійно та в групі будує математичну модель проблемної ситуації; знаходить додаткові дані для вдосконалення моделі та враховує можливі ризики; досліджує проблемну ситуацію, використовуючи різноманітні інформаційні джерела; виправляє помилки, робить висновки на основі отриманих результатів, враховує ризики.</p>	<p>Тематичні навчальні проекти, що описують реальні процеси в поєднанні з ключовими та освітніми компетентностями інших галузей за допомогою тем, вивчених у курсі геометрії 9 класу (координати на площині; вектори на площині; розв'язування трикутників; правильні многокутники, довжина кола, площа круга; геометричні переміщення та інше), які моделюють предмети і явища навколишнього світу. Наприклад, проект «Правильні многокутники навколо нас (в архітектурі, живописі, красі природи, вишивці, килимарстві, гончарстві тощо)» можна реалізувати за допомогою геометричної теми «Правильні многокутники. Довжина кола. Площа круга», що демонструє застосування теми в практичних та життєвих ситуаціях. Тематичні навчальні проекти також можуть мати дослідницьке спрямування щодо відомостей з історії виникнення геометрії, її</p>	<p>Організаційно-діагностичний етап проекту: обговорення кола ідей; організація та залучення учнів / учениць до об'єднань в активностях ведення дослідницької діяльності, спільної роботи в групах, спільного вирішення проблем, співпраця для досягнення цілей. Формувальний етап. Реалізація проекту: виконання процедури проектної індивідуальної та групової діяльності; «мініреферендуми», локалізація утруднень та вихід з утруднень та узагальнення в зовнішній мові; побудова тематичних навчальних проектів (презентацій, рефератів, моделей, виступів), якими описано реальні процеси в поєднанні з ключовими та освітніми компетентностями інших галузей за допомогою тем, вивчених у курсі геометрії в 9 класі чи проектів, які стосуються розширення знань про вивчені теми. Підсумково-корегуючий етап: презентація проекту; аналіз та обговорення ситуацій; рефлексія: самооцінювання власної діяльності, чи взаємооцінювання, за критеріями; співвідношення поставлених цілей із</p>
---	---	---

	термінології, життя та діяльності геометрів. Ці проєкти можуть бути реферативними або інсценованими.	результатами діяльності. Реалізація п'яти «П» у проєкті: Проблема, Планування, Пошук інформації, Продукт, Презентація.
--	--	--

Прикінцева частина Програми для базового предметного навчання геометрії

Організація освітнього процесу для предметного навчання геометрії в 7–9 класах має чітко визначену практичну спрямованість застосування отриманих знань, яка реалізується через пошук потрібної інформації, проведення навчально-дослідницької роботи, виконання задач і вправ, моделювання, розв'язування ситуативних, проблемних, аналітичних завдань та через іншу діяльність, зокрема самостійну з різними джерелами інформації, друкованими, віртуальними, інтерактивними тощо. Реалії сьогодення та потреба в побудові індивідуальних освітніх траєкторій вимагають певного зміщення акцентів із суто фронтальної форми навчального процесу на групову (в парах, групами) та індивідуальну. Зокрема вже в 7–9 класах варто більше залучати дітей до такого сучасного виду діяльності як проєктна робота, що надає більше можливостей вибудувати індивідуальну освітню траєкторію, активізувати пізнавальну діяльність у галузі точних наук, установити міжпредметні зв'язки, сформувати ключові компетентності, опанувати комп'ютерні та інформаційні технології. Особливої уваги потребує *діяльнісна спрямованість навчання*, яка передбачає постійне залучення учнів / учениць до різних видів педагогічно доцільної активної навчально-пізнавальної діяльності, як під час уроку, так і в позакласній та індивідуальній роботі. При цьому потужну роль відіграє сам урок, для якого критеріями новизни, ефективності та ознаками сучасного уроку орієнтовно є такі:

1) формування суб'єкт-суб'єктних відносин учителя / учительки й учня / учениці під час уроку, на якому учитель / учителька лише спрямовує школярів, розробляючи такі «правила гри», щоб учні навчалися спілкуватися й творити, проявляли бажання вчитися й удосконалюватися;

2) визначення шляхів досягнення мети сучасного навчання не через передавання знань, а через формування компетентності, комунікабельності, відповідальності, творчості в кожній особистості, розвиваючи її здатність до

саморозвитку, готовність практично розв'язувати життєві виклики та професійні проблеми, що стоять чи стоятимуть перед ними в майбутньому;

3) визначення центровими цілями уроку самопізнання і самореалізацію учня / учениці, де педагог ставить і вирішує разом з учнями надзавдання уроку, розглядаючи їх як важливий відрізок їхнього особистого життя; організовує проживання цінності знання своїми учнями;

4) використання різноманітних форм, методів і прийомів навчання, якими вчитель / вчителька підвищує ступінь активності учнів в освітньому процесі впродовж уроку, надаючи перевагу інтерактивній взаємодії та дитиноцентризму;

5) створення учнями на уроці освітньої продукції – схеми, плани, моделі, таблиці, діаграми, графіки, ментальні карти, кластери, електронні презентації, мініпроекти, способи поведінки тощо;

6) доукомплектування вчителями освітнього середовища для навчання школярів, ураховуючи, що вчитель / вчителька є не єдиним джерелом інформації, але може й має залишатися одним із них для своїх учнів;

7) впровадження найбільш популярних педагогічних технологій, серед яких метод проєктів, технології розвитку критичного мислення; ментальні карти, кейс-метод, ігрові методи, LEGO-конструювання, квести, «перевернутий клас», технологія змішаного навчання, елементи сінгапурської методики навчання; креативні технології, здоров'язберезувальні, метапредметні технології, технології інтеграції; технології малих груп, рейтингові, модельні, етнопедагогічні технології (наприклад, «козацька педагогіка») тощо;

8) створення вчителями «живого» простору для короткого спілкування на головні теми життя: «Як ти?», «Як вам?»,..., для якого невід'ємними складовими є динамічність, варіативність, різноманітність.

Зважмо, що сучасний авторський урок несе на собі автоматичний відбиток особистості вчителя / вчительки, адже на уроці в будь-якому випадку здійснюється глибокий особистісний вплив «учитель – учень» через відносини та спільну діяльність. Також великий ресурс складає духовний світ педагога, який може наповнити урок багатовимірним барвистим життям й перетворити його на важливий відрізок часу, розуміння місії життя тощо.

ВИМОГИ до обов'язкових результатів навчання учнів у математичній освітній галузі (7–9 класи)

Загальні результати	Конкретні результати	Орієнтири для оцінювання
1. Дослідження ситуацій і виокремлення проблем, які можна розв'язати із застосуванням математичних методів		
Вирізняє серед ситуацій із повсякденного життя ті, що розв'язуються математичними методами	Вирізняє серед проблемних ситуацій ті, що розв'язуються математичними методами	Вирізняє проблемні ситуації, які можуть бути розв'язані відомими математичними методами
	Виокремлює в конкретній проблемній ситуації її складові частини, що можуть бути розв'язані математичними методами	Виокремлює спільні ознаки проблемних ситуацій, для розв'язання яких можна застосувати подібні методи
Досліджує, аналізує дані та зв'язки між ними, оцінює їхню достовірність та доцільність використання	Виокремлює групу проблемних ситуацій, для розв'язання яких можна застосувати подібні методи	Виокремлює спільні ознаки проблемних ситуацій, для розв'язання яких можна застосувати подібні методи
	Досліджує проблемну ситуацію, використовуючи різноманітні джерела інформації, оцінює повноту і достовірність інформації	Досліджує проблемну ситуацію, використовуючи різноманітні інформаційні джерела
	Інтерпретує дані та встановлює взаємозв'язки, подає дані в різних формах	Розпізнає неповну інформацію, маніпулювання даними
Прогнозує результат розв'язання проблемної ситуації	Добирає дані, потрібні для розв'язання проблемної ситуації, які можуть мати певні обмеження або потребують встановлення певних припущень	Інтерпретує дані, оцінює достовірність даних, аналізує та систематизує пов'язані між собою дані, подає їх у різних формах
	Визначає, що саме може бути результатом розв'язання проблемної ситуації	Прогнозує межі, точність, наявність кількох варіантів розв'язання та можливі форми подання результату
Сприймає і перетворює	Припускає можливість існування альтернативного варіанта розв'язання	Передбачає можливість існування альтернативного варіанта розв'язання проблемної ситуації з урахуванням можливих ризиків
	2. Моделювання процесів і ситуацій, розроблення стратегій, планів дій для розв'язання проблемних ситуацій	
Сприймає і перетворює	Добирає, впорядковує, фіксує, перетворює звукову, текстову, графічну інформацію математичного змісту з	Знаходить і опрацьовує інформацію математичного змісту, визначає достатність інформації і надійність джерел

інформацію математичного змісту	надійних джерел	Використовує обчислювальні та графічні можливості спеціалізованого програмного забезпечення для систематизації та інтерпретації даних і побудови допоміжних моделей
	Використовує інформаційно-комунікаційні технології для опрацювання, перетворення і поширення інформації математичного змісту, висловлює власні судження	<p>Подає і поширює інформацію математичного змісту з використанням різних засобів, зокрема цифрових, висловлює власні судження</p> <p>Перетворює інформацію математичного змісту різними способами в різні форми, зокрема з використанням інформаційно-комунікаційних технологій</p>
Розробляє стратегії розв'язання проблемних ситуацій	Шукає підходи та визначає власний спосіб розв'язання проблемної ситуації	<p>У співпраці з іншими особами планує дії, спрямовані на розв'язання проблемної ситуації</p> <p>Виявляє ініціативу та пропонує ідеї щодо процесу розв'язання проблемної ситуації</p>
	Використовує різноманітні підходи для розв'язання проблемної ситуації	Пропонує альтернативні способи розв'язання проблемної ситуації
Створює математичну модель проблемної ситуації	Визначає компоненти проблемної ситуації та взаємозв'язки між ними, здійснює перехід від абстрактного до конкретного і навпаки	<p>Визначає компоненти математичної моделі проблемної ситуації, взаємозв'язки між ними, їх достатність для запису проблемної ситуації в математичному вигляді</p> <p>Здійснює перехід від абстрактного до конкретного і навпаки</p>
	Будує математичну модель проблемної ситуації, доречно добирає математичний апарат для побудови моделі	<p>Самостійно та в групі будує математичну модель проблемної ситуації, доречно добирає математичний апарат для побудови моделі</p> <p>Знаходить додаткові дані для вдосконалення моделі та враховує можливі ризики</p>
Подає результати розв'язання проблемної ситуації та	Формулює та відображає в зручній для сприйняття формі результати розв'язання проблемної ситуації, зокрема з використанням інформаційно-комунікаційних технологій	Формулює результати розв'язання проблемної ситуації
		Відображає в зручній для сприйняття формі результати розв'язання проблемної ситуації, зокрема з використанням інформаційно-комунікаційних технологій

конструктивно обговорює їх	Подає результати розв'язання проблемної ситуації, обґрунтовуючи їхнє застосування	Представляє результати розв'язання проблемної ситуації, наводить аргументи, формулює контраргументи, керуючи при цьому власними емоціями Висловлює ідеї, пов'язані з розумінням проблемної ситуації
3. Критичне оцінювання процесу та результату розв'язання проблемних ситуацій		
Оцінює дані проблемної ситуації, необхідні й достатні для її розв'язання	Оцінює необхідність і достатність даних для розв'язання проблемної ситуації	Аналізує дані та невідомі елементи проблемної ситуації, визначає їхню достатність або надлишковість Встановлює залежність між елементами проблемної ситуації
	Прогнозує результат розв'язання проблемної ситуації залежно від зміни наявних даних	Встановлює аналогію між результатом запропонованої та результатом відомої проблемної ситуації
Критично оцінює спосіб розв'язання та різні моделі проблемної ситуації, обирає раціональний шлях її розв'язання	Оцінює різні способи розв'язування та різні моделі проблемної ситуації	Оцінює межі й точність результату розв'язання проблемної ситуації, інтерпретує його залежно від характеру і середовища проблемної ситуації Прогнозує результат розв'язання проблемної ситуації за умови можливого залучення додаткових даних
	Добирає відповідну математичну модель до проблемної ситуації з кількох можливих	Приймає рішення щодо вибору раціонального способу розв'язання проблемної ситуації, виділяє і контролює проміжні результати розв'язання проблемної ситуації Виправляє помилки, робить висновки на основі отриманих результатів
	4. Розвиток математичного мислення для пізнання і перетворення дійсності, володіння математичною мовою	
Мислить математично	Визначає зв'язки між математичними об'єктами та об'єктами реального світу	Визначає, описує та аналізує зв'язки між математичними об'єктами та об'єктами реального світу, а також між математичними об'єктами Обґрунтовано пояснює хід своїх міркувань, аналізує і оцінює їх з огляду на доказовість

	Пов'язує різні елементи математичних знань і вмінь, узагальнює їх, робить висновки	Формулює припущення і досліджує їхню істинність різними способами
	Визначає недоліки у власних математичних знаннях і вміннях та намагається їх усунути	Пов'язує різні математичні знання і вміння, узагальнює їх, робить висновки
Застосовує математичні поняття, факти та послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій	Доцільно добирає математичні поняття, факти та послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій	Визначає недоліки у власних математичних знаннях і вміннях та намагається їх усунути
	Виконує операції з математичними об'єктами і використовує різні форми подання інформації, здійснює переходи між ними в процесі розв'язання проблемної ситуації	Доцільно добирає математичні поняття, факти та послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій і одержання результату
	Використовує приладдя та інформаційно-комунікаційні технології	Використовує попередньо набуті знання і вміння в інших контекстах
		Виконує операції з математичними об'єктами і використовує різні форми подання інформації
Володіє математичною термінологією, ефективно використовує її	Читає та розуміє тексти математичного змісту, формулює математичні поняття і факти, доцільно та правильно використовує математичну термінологію і символіку	Здійснює перехід від однієї дії до іншої в процесі розв'язання проблемної ситуації
	Висловлюється змістовно, точно, лаконічно, чітко структуруючи власне мовлення	Використовує приладдя та інформаційно-комунікаційні технології для знаходження та подання результату
		Читає та розуміє тексти математичного змісту, використовує математичні поняття і факти, пояснює їхнє застосування, наводить аргументи
		Доцільно та правильно використовує математичну термінологію і символіку
		Формулює задану проблемну ситуацію математичною мовою
		Висловлюється змістовно, точно, лаконічно, структуруючи власне мовлення та дотримуючись плану повідомлення

Використана література

1. Державний стандарт базової середньої освіти : Постанова Кабінету Міністрів України від 30.09.2020 № 898. — URL: <https://www.kmu.gov.ua/npas/pro-deyaki-pitannya-derzhavnih-standartiv-povnoyi-zagalnoyi-serednoyi-osviti-i300920-898> .
2. Методичні рекомендації щодо створення модельних навчальних програм для 5–9 класів : Міністерство освіти і науки України, 24 березня 2021 року. Київ. — URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/rizne/2021/03/25/metod.pdf>.
3. Нова українська школа. Концептуальні засади реформування середньої школи. — URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf>.
4. Про затвердження типової освітньої програми для 5–9 класів закладів загальної середньої освіти : Наказ Міністерства освіти і науки України від 19.02.2021 № 235. — URL: <https://imzo.gov.ua/2021/02/22/nakaz-mon-vid-19-02-2021-235-pro-zatverdzhennia-typovoi-osvitn-oi-prohramy-dlia-5-9-klasiv-zakladiv-zahal-noi-seredn-oi-osvity/>

Авторський колектив:

Білянina Ольга Ярославівна, методистка Інституту післядипломної педагогічної освіти Чернівецької області, регіональний координатор освітнього проєкту «Агенти НУШ: математична освітня галузь» на базі ІППОЧО, bilyanina@ukr.net

Білянin Григорій Іванович, професор кафедри методики викладання природничо-математичних дисциплін Інституту післядипломної педагогічної освіти Чернівецької області, кандидат педагогічних наук, доцент, biljanin@ukr.net

Семчук Аркадій Романович, доцент кафедри методики викладання природничо-математичних дисциплін Інституту післядипломної педагогічної освіти Чернівецької області, кандидат фізико-математичних наук, доцент, semark@ukr.net

Ілашук Ольга Григорівна, вчителька математики, заступниця директора «ОЗО-Колінковецький ліцей Топорівської сільської ради» Чернівецького району Чернівецької області, olga160581@ukr.net

Мар'янчук Ольга Танасіївна, вчителька математики Годилівського ЗЗСО І–ІІІ ступенів Великокучурівської сільської територіальної громади, marianchuk777@ukr.net

Рябий Святослав Іванович, вчитель математики ОЗ «Шебутинецький ліцей Сокирянської міської ради» Дністровського району Чернівецької області, riabyi.sviatoslav@gmail.com.